

Динамика модифицированной модели нейронной сети Кропотова-Пахомова

Черных Г. А.¹⁾, Письмак Ю. М.²⁾

¹⁾Санкт-Петербургский государственный университет, chernykh@gc7511.spb.edu

²⁾Санкт-Петербургский государственный университет, pismaк@jp7821.spb.edu

Аннотация. Исследуются динамические режимы в модели реалистической нейронной сети Кропотова-Пахомова, модифицированной с целью получить нетривиальную устойчивую динамику сети в широких областях параметров. Эволюция сети во времени оказывается более устойчивой, если параллельно с применением принципа Богданова-Хэбба¹ в модель ввести механизм, обеспечивающий ослабление взаимодействия между нейронами по мере усиления общей активности сети. Изучены эффекты кластеризации в сети в периодическом режиме. Исследованы наиболее характерные особенности нейросетевых процессов в непериодическом режиме. Обнаружены явления аномальных длиннопериодных резонансов, возникающие в ситуации особой чувствительности нейронов к внешнему стимулу.

Введение

В области исследования нейронных сетей в настоящее время отчетливо выделяются два основных направления. Доминирующим является прикладное, так как нейросетевые конструкции позволяют решать массу практических задач. Второе направление состоит в детальном моделировании физиологических особенностей работы мозга и нервной системы. Отсюда разделение сетей на искусственные (см. [2–5]) и реалистические (см. [6–8]).

Промежуточную нишу с прикладной стороны занимают исследования динамики искусственных нейронных сетей и моделей сложных природных и социальных процессов (см. [9–12]). Последние часто именуются сложными сетями (complex networks). С противоположной от прикладного направления стороны в нише находятся нейросетевые модели, обладающие той или иной степенью абстрактности (см. [13–15]) по сравнению с реалистическими моделями «низкого уровня». Модифицированную модель Кропотова-Пахомова можно отнести именно к этой группе нейронных сетей. Оригинальная модель была предложена в серии работ [16–18] с целью исследования поведения ансамблей нервных клеток, возбуждаемых внешними

¹Находясь в финальной стадии работы над статьей, авторы обнаружили книгу [1], в которой высказаны идеи, дающие основание называть известный принцип Хэбба принципом Богданова-Хэбба. В приложении 1 приведена соответствующая выдержка из [1].

сигналами. Обладая достаточной простотой, модель отражает важные характеристики динамики реальных нейронов (см., например, [19]), такие как возвращение мембранного потенциала к исходному состоянию после разряда нейрона, наличие порога генерации потенциала действия, кратковременный спад синаптической эффективности в ответ на кратковременную стимуляцию пресинаптического окончания и др.

Согласно [16, 17] сеть может осуществлять пространственную фильтрацию входного сигнала, что, в частности, проявляется в способности нейронов объединяться в группы клеток (кластеры), синергично возбуждаемых или тормозимых постоянным по времени внешним стимулом. Как далее будет показано, свойство нейронной сети распадаться на кластеры является одним из основных факторов, определяющих ее динамику. В периодическом режиме это приводит к формированию жесткой структуры межкластерных связей, а в неперiodическом — оказывает влияние на статистические распределения динамических характеристик сети и устойчивость ее эволюции во времени.

Оригинальная модель при параметрах, соответствующих динамике реальных нейронов, ввиду наличия диссипативных свойств нетривиально эволюционирует только при наличии внешнего воздействия. Некоторые переходные процессы были рассмотрены в [18]. В [20] построено аналитическое решение для симметричной сети, стимулируемой постоянным по времени сигналом. Для получения устойчивой динамики сети (без воздействия на нее извне) в исходную модель были внесены некоторые изменения [21].

Подчеркнем, что мы ставим целью не моделирование какого-либо реального физического объекта, а изучение внутренних динамических свойств самоорганизующихся нейронных сетей, применяемых в качестве инструмента исследования сложных систем и процессов. Модель Кропотова-Пахомова представляется для этого достаточно удачным выбором, поскольку строилась авторами для прикладных исследований, а в модифицированном виде проявляет некоторые важные свойства, общие для данного типа нейронных сетей.

Важность построения и исследования подобных абстрактных моделей сложных систем отмечается в книге [22]:

Благодаря неотделимости сложной системы от внешней среды одной модели самой по себе недостаточно для отражения реальности, даже, если она очень детализирована. Наоборот, модель не может совершенно потерять связь с реальностью, даже находясь на высоком абстрактном уровне. Поэтому требуются модели на различных уровнях обобщения и, несомненно, конструирование разноуровневых моделей является неотъемлемой частью процесса познания сложной сущности природы.²

Модифицированная модель, как и ее оригинальный вариант, относится к классу однослойных полносвязных сетей и, будучи заданной системой ко-

²Переведено с английского авторами статьи.

нечноразностных уравнений, развивается в дискретном времени. Методология работы с модифицированной сетью состояла в следующем. В начальный момент времени бралась сеть с нулевыми связями и тривиальными значениями динамических переменных, затем в течение определенного времени она подвергалась воздействию случайного сигнала, после чего исследовалась динамика сети без внешнего стимулирования. Характер первичного сигнала, как и воздействие на сеть в процессе установившейся динамики, могут повлиять на динамику сети только в областях фазовых переходов и так называемых *смешанных* фаз (см. раздел 4), где внешние импульсы способны перевести сеть из одного динамического режима в другой. Вдали от областей высокой чувствительности установившаяся динамика сети при отсутствии стимулирования не зависит от типа внешнего воздействия, которое оказывалось на нее ранее. Именно такие динамические режимы подробно рассмотрены в настоящей работе. Кроме того, в исследованных режимах количество нейронов также не играло существенной роли, а именно, выбиралось такое их количество, при котором дальнейшее увеличение числа элементов сети уже не влияло на характер динамики.

Для устойчивого эволюционирования модифицированной нейронной сети в определенном динамическом режиме в ней должен сохраняться соответствующий этому режиму уровень беспорядка, проявляющийся в рассогласованном поведении нейронов и различных численных значениях межнейронных связей. Максимальная упорядоченность сети происходит в случае полной синхронизации нейронов, что приводит к так называемому *обнулению*, в результате которого динамика сети становится тривиальной: все нейроны неактивны, а значения межнейронных связей стремятся к нулю. Максимальный уровень беспорядка достигается во время воздействия на нейронную сеть случайными импульсами. После снятия сигнала, а в некоторых случаях еще до момента его отключения, в сети начинаются переходные процессы, связанные с ее упорядочиванием, в результате которых нейронная сеть либо попадает в один из устойчивых динамических режимов, либо обнуляется.

В периодическом режиме нейронная сеть обладает структурой связей, которая формируется в результате разбиения сети на группы синфазно-колеблющихся нейронов. Зависимости всех динамических переменных модели от времени в периодическом режиме, а также тип соответствующей этому режиму структуры связей, могут быть аналитически найдены по временным зависимостям активностей нейронов³. Частоты колебаний разных нейронов сети в периодическом режиме могут отличаться друг от друга, но количество этих частот ограничено и в проведенных экспериментах не превышало двух.

При непериодическом динамическом режиме нейроны сети могут переключаться с одной частоты колебаний на другую. Количество допустимых частот также ограничено. При этом существуют доминирующие частоты, на которых нейроны находятся наибольшее время. Промежутки времени,

³ Активность нейрона является одной из его динамических переменных

в течение которых нейрон колеблется с доминирующей частотой и не переходит на другие частоты, подчиняются кусочно-степенному распределению и по величине могут на два-три порядка превосходить период колебаний. В результате при неперiodическом режиме в нейронной сети могут появляться короткоживущие структуры, подобные тем, которые образуются в периодических режимах.

Необходимо отметить, что вышеупомянутые колебания нейронов являются результатом модификации модели и не имеют аналога в оригинальном варианте. Именно благодаря наличию этих высокочастотных колебаний, выполняющих роль своеобразной подпитки диссипативной сети, последняя может устойчиво эволюционировать независимо от внешнего воздействия. Однако интерес представляют не сами колебания, а их модуляции. Если исключить из рассмотрения высокочастотную составляющую, то каждому периодическому режиму будет соответствовать свое стационарное состояние с определенной структурой связей.

Интересно, что при определенных условиях в некоторых областях высокой чувствительности сети к внешним воздействиям в ней возникают *длиннопериодные колебания*, период которых может в тысячи раз превосходить период высокочастотных колебаний нейронов. Обнаружены как собственные, так и вынужденные длиннопериодные колебания. В обоих случаях поведение большинства нейронов не изменяется, и они образуют своеобразный фон, на котором оставшаяся малая часть нейронов эволюционирует по сложному закону. Длиннопериодные колебания представляют собой модулированные по фазе или частоте высокочастотные колебания. Вынужденные колебания появляются при воздействии на один или несколько нейронов сети периодическими импульсами. Замечательно, что период вынуждающих импульсов должен быть по порядку величины равен периоду высокочастотных колебаний. Таким образом, мы имеем явление, в котором период вынужденных колебаний на несколько порядков превосходит периоды вынуждающих импульсов и собственных колебаний.

Модель Кропотова-Пахомова в модифицированном варианте представляет собой весьма обширный объект исследования. В настоящей работе отражен лишь некоторый характерный срез ее свойств, позволяющий получить представление о наиболее важных динамических особенностях сети.

1 Формулировка модели

Оригинальная модель. Модель Кропотова-Пахомова представляет собой группу из n взаимодействующих нейронов. Сеть эволюционирует в дискретном времени k , а изменение ее динамических переменных при переходе от одного момента времени к последующему задается набором рекуррентных соотношений

$$P_i(k+1) = (1 - \alpha)P_i(k) + \sum_{j=1}^n W_{ij}(k)N_j(k) - \beta N_i(k) + S_i(k), \quad (1)$$

$$W_{ij}(k) = (x_i^1(k) + x_i^2(k)) W_{ij}^0, \quad (2)$$

$$x_i^1(k+1) = (1 - A_1)x_i^1(k) + B_1 N_i(k) + C_1, \quad (3)$$

$$x_i^2(k+1) = (1 - A_2)x_i^2(k) - B_2 N_i(k) + C_2, \quad (4)$$

$$N_i(k) = \theta(P_i(k) - h_i), \quad (5)$$

$$\theta(x) = 0 \text{ при } x \leq 0, \quad \theta(x) = 1 \text{ при } x > 0. \quad (6)$$

Здесь индекс $i = 1, \dots, n$ нумерует нейроны сети; $P_i(k)$, $N_i(k)$ и h_i — потенциалы, активности и пороги активизации нейронов; $S_i(k)$ — внешние стимулы; $W_{ij}(k)$ и W_{ij}^0 — матрица связей и матрица постоянных коэффициентов; $x_i^1(k)$ и $x_i^2(k)$ — так называемые активаторы и депрессанты, сумма которых определяет эффективность синаптических связей нейронов; α , β , $A_{1(2)}$, $B_{1(2)}$, $C_{1(2)}$ — параметры модели, причем α и $A_{1(2)}$ берутся из интервала $[0, 1]$, поскольку от них зависят степени диссипации потенциалов, депрессантов и активаторов. Нейрон с номером i считается активным, если $N_i(k) = 1$, и неактивным при $N_i(k) = 0$.

В момент времени $k = 0$ задаются начальные значения переменных модели, матрица W_{ij}^0 и пороги h_i . Далее сеть развивается в зависимости от выбранных параметров, внешних сигналов $S_i(k)$ и начальных условий.

В своей оригинальной формулировке модель не имеет устойчивых непериодических динамических режимов при отсутствии внешнего воздействия и параметрах, соответствующих поведению реальных нейронов. После прекращения стимулирования сети потенциалы $P_i(k)$ затухают, и через некоторое время все нейроны становятся неактивными, за исключением отдельных вырожденных случаев выбора параметров, когда, напротив, вся сеть постоянно активна, либо разбита на группы поочередно активизирующихся нейронов.

Диссипативные процессы в сети необходимо компенсировать. При этом нужен и второй механизм, который бы удерживал сеть от стремления к полностью активному состоянию.

Принцип Богданова-Хэбба. «Подпитка», компенсирующая диссипацию, должна регулироваться внутренней динамикой сети. Одним из естественных путей является введение в модель правила обучения Богданова-Хэбба [23], согласно которому увеличиваются связи одновременно активных нейронов

$$V_{ij}(k+1) = V_{ij}(k) + \nu N_i(k) N_j(k), \quad (7)$$

где $V_{ij}(k)$ — матрица связей, ν — числовой коэффициент.

Будем использовать не классическое выражение (7), а видоизмененный принцип Богданова-Хэбба [21]

$$V_{ij}(k+1) = V_{ij}(k) + \nu N_i(k) N_j(k-1). \quad (8)$$

За счет введенной временной задержки такое правило обучения позволяет получить несимметричную матрицу связей и делает возможным запись и

воспроизведение сетью последовательностей образов. При произвольных задержках будем иметь

$$V_{ij}(k+1) = V_{ij}(k) + \nu \sum_{\{m\}} N_i(k) N_j(k-m), \quad (9)$$

где $\{m\}$ — множество задержек.

Сделаем матрицу W_{ij}^0 зависящей от времени, введем диссипацию матричных элементов и применим принцип (9). Тогда выражение (2) переписывается в виде

$$W_{ij}(k) = (x_i^1(k) + x_i^2(k)) W_{ij}^0(k) \quad (10)$$

$$W_{ij}^0(k+1) = (1 - \mu) W_{ij}^0(k) + \nu \sum_{\{m\}} N_i(k) N_j(k-m). \quad (11)$$

Значение параметра диссипации μ также должно быть в интервале $[0, 1]$.

Охлаждение. Из выражения (1) следует, что при росте количества элементов в сети и примерном сохранении процентного соотношения активных и неактивных нейронов потенциалы последних будут получать большие приращения. Это обстоятельство в совокупности с использованием принципа Богданова-Хэбба, увеличивающего значения связей, может привести к потере устойчивости динамики.

Решить проблему сильной чувствительности динамики сети к количеству нейронов и увеличить устойчивость можно, поделив второе слагаемое в (1) на величину

$$\sum_{j=1}^n N_j(k) + 1. \quad (12)$$

Эта процедура условно названа *охлаждением* нейронной сети.

Модифицированная модель. Используя исходные определения (1)–(6) и изменения оригинальной модели, предложенные в двух предыдущих пунктах, запишем окончательные соотношения, определяющие модифицированную модель Кропотова-Пахомова

$$P_i(k+1) = (1 - \alpha) P_i(k) + \frac{\sum_{j=1}^n W_{ij}(k) N_j(k)}{\sum_{j=1}^n N_j(k) + 1} - \beta N_i(k) + S_i(k), \quad (13)$$

$$W_{ij}(k) = (x_i^1(k) + x_i^2(k)) W_{ij}^0(k), \quad (14)$$

$$W_{ij}^0(k+1) = (1 - \mu) W_{ij}^0(k) + \nu \sum_{\{m\}} N_i(k) N_j(k-m), \quad (15)$$

$$x_i^1(k+1) = (1 - A_1) x_i^1(k) + B_1 N_i(k) + C_1, \quad (16)$$

$$x_i^2(k+1) = (1 - A_2)x_i^2(k) - B_2N_i(k) + C_2, \quad (17)$$

$$N_i(k) = \theta(P_i(k) - h_i). \quad (18)$$

Все дальнейшее изложение будет относиться только к модифицированной модели.

2 Выбор параметров

Характер динамики нейронной сети существенно определяется ее многочисленными параметрами. Мы ограничим область исследования теми значениями параметров, при которых модифицированная модель сохраняет некоторые важные свойства оригинальной модели.

1. Пороги активации нейронов (18) должны удовлетворять условию $h_i \geq 0$. Это исключает возможность активизации каждого отдельно взятого нейрона сети в отсутствие внешнего стимула и сигналов от других нейронов. Положим

$$h_i = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

2. Параметры $A_{1(2)}, B_{1(2)}, C_{1(2)}$ в (16), (17) подбираются таким образом, чтобы эффективности синаптических связей *активных* нейронов уменьшались, а после перехода последних в неактивные состояния восстанавливались (см. рис. 1). Во всех экспериментах над моделью полагаем

$$A_1 = 0.4, \quad A_2 = B_1 = C_1 = 0.2, \quad B_2 = 0.5, \quad C_2 = 0.1. \quad (19)$$

Легко показать, что при таких значениях параметров и условии $N_i(k) = 0, \forall k > C, C \in \mathbb{N}$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (x_i^1(k) + x_i^2(k)) = 1. \quad (20)$$

3. Постоянство матрицы $W_{ij}^0(k)$ исходной модели, где изменения связей зависят только от их эффективностей $x_i^1(k) + x_i^2(k)$, в модифицированной версии отражено условием

$$\frac{\langle \Delta W_{ij}^0(k) \rangle}{\max W_{ij}^0(k) - \min W_{ij}^0(k)} \ll \frac{\langle \Delta(x_i^1(k) + x_i^2(k)) \rangle}{\max(x_i^1(k) + x_i^2(k)) - \min(x_i^1(k) + x_i^2(k))}, \quad (21)$$

где $\Delta f(k) = f(k+1) - f(k)$, а средние $\langle \rangle$ и экстремумы вычисляются по одному и тому же достаточно широкому интервалу $[k_1, k_2]$. Выполнение соотношения (21) обеспечивается надлежащим выбором значений параметров $A_{1(2)}, B_{1(2)}, C_{1(2)}$ (эти параметры уже определены в (19)), μ и ν . При исследовании динамических режимов модели полагаем

$$\mu = 0.001, \quad \nu = 0.1. \quad (22)$$

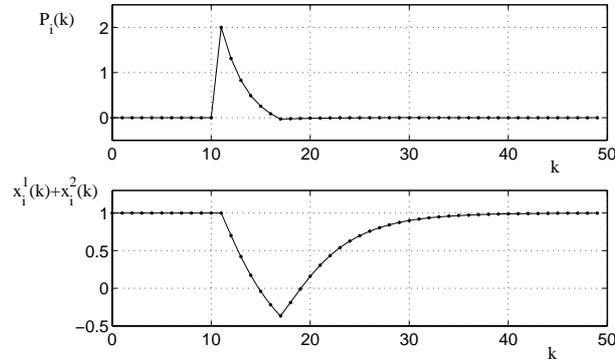


Рис. 1. Потенциал и эффективность синаптических связей нейрона до и после воздействия на него внешним сигналом $S_i(10) = 2$ ($S_i(k) = 0$ при $k \neq 10$) при параметрах $A_{1(2)}$, $B_{1(2)}$, $C_{1(2)}$, заданных (19).

На рис. 2⁴ показано, что влияние эволюции матричного элемента $W_{ij}^0(k)$ на соответствующую эффективную связь $W_{ij}(k)$ при условии (21) можно сравнить с медленной амплитудной модуляцией высокочастотных осцилляций, вызываемых быстрым изменением эффективности связей $x_i^1(k) + x_i^2(k)$.

Начальные условия выбраны тривиальными

$$P_i(0) = 0, \quad W_{ij}(0) = W_{ij}^0(0) = 0, \quad x_i^1(0) = x_i^2(0) = 0, \\ i, j = 1, \dots, n.$$

Для ввода в динамические режимы нейронная сеть подвергалась внешнему воздействию. В течение первых 2000 шагов в каждый момент времени на один случайно выбранный нейрон подавался сигнал величины 0.5.

Характеристики устойчивых динамических режимов практически не зависят от начальных условий, силы импульсов и количества воздействуемых за один шаг нейронов. Характер первичного стимулирования сети может повлиять только на сам факт появления устойчивого режима. К примеру, величины и частоты следования импульсов $S_i(k)$ должны быть достаточными для активизации нейронов.

Количество нейронов во всех экспериментах над моделью, результаты которых приведены в настоящей работе, равно 64.

⁴На графиках рис. 2 точками отмечены только значения функций, и кривые лишь кажутся сплошными, ввиду того, что рассматривается большой интервал времени. Эту особенность нужно учитывать и в дальнейшем при рассмотрении аналогичных графиков однозначных функций.

Динамика нейронной сети Кропотова-Пахомова

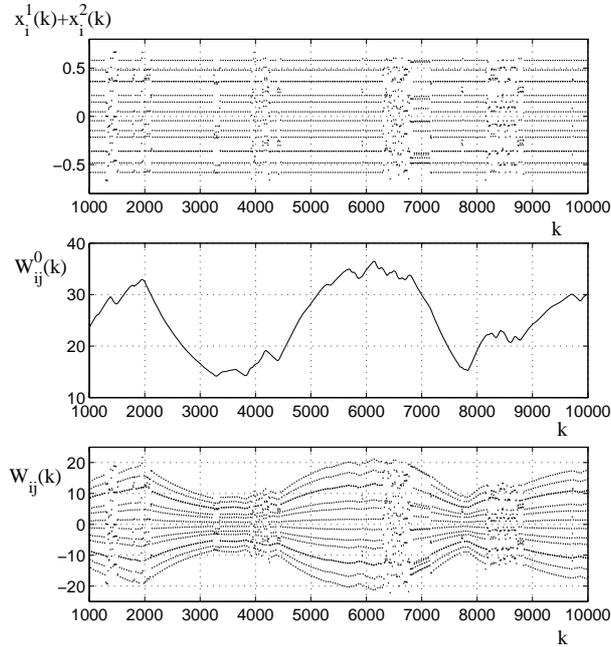


Рис. 2. Зависимости от времени эффективности связей $x_i^1(k) + x_i^2(k)$ i -го нейрона сети, связи $W_{ij}^0(k)$, идущей от j -го нейрона к i -му, и соответствующей эффективной связи $W_{ij}(k)$ в неперiodическом динамическом режиме при значениях параметров, заданных (19) и (22).

3 Типы динамических режимов

Перед рассмотрением типов динамических режимов модифицированной модели нейронной сети Кропотова-Пахомова введем несколько определений.

Функция $f(k)$, заданная на множестве целых чисел, называется *периодической на интервале* $[k_1, k_2]$, если

$$f(k + mT) = f(k); \quad \forall m \in \mathbb{Z} : k + mT \in [k_1, k_2], \quad (23)$$

где T — период функции $f(k)$.

Средняя активность нейронной сети — это функция дискретного времени k , заданная выражением

$$\langle N(k) \rangle \equiv \sum_{i=1}^n N_i(k) / n. \quad (24)$$

Аналогично вводятся средние величины и для других динамических переменных модели (13)–(18).

Состояние нейронной сети называется *нулевым*, если все ее нейроны неактивны

$$N_i(k) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Обнуление — переход нейронной сети в нулевое состояние из состояния с хотя бы одним активным нейроном.

Отметим, что после обнуления при отсутствии внешнего воздействия на сеть потенциалы и связи нейронов стремятся к нулевым значениям, и динамика нейронной сети становится *тривиальной*.

Отправным пунктом для определения типов динамических режимов нейронной сети являются зависимости активностей ее нейронов от времени.

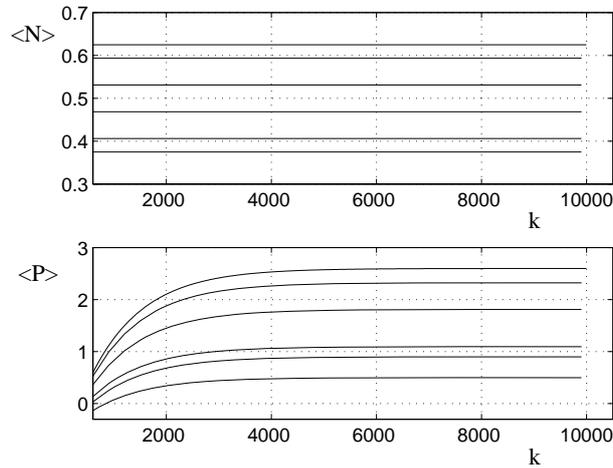


Рис. 3. Зависимости от времени средних активности и потенциала в процессе перехода нейронной сети в установившийся периодический динамический режим. Период колебаний $T = 6$.

Будем считать *периодическим* динамический режим, в котором активности всех нейронов сети являются периодическими функциями времени согласно определению (23), иначе динамический режим считаем *непериодическим*. Подчеркнем, что введенное определение периодических режимов допускает непериодичность остальных динамических переменных модели. С момента наступления периодического режима начинается переходный процесс к состоянию, где все динамические переменные модели периодичны (см. рис. 3).

Назовем *установившимся* периодический динамический режим, в котором *все* динамические переменные модели суть периодические функции времени.

Периодические режимы делятся также на *простые* и *сложные* в зависимости от наличия в сети нейронов, активности которых имеют разные периоды колебаний. Если периоды активностей *всех* нейронов сети одинаковы, то периодический режим называется *простым*. Если же в нейронной сети существует хотя бы два нейрона с различными периодами колебаний⁵, то такой периодический режим называется *сложным*.

Зависимости на рис. 3 представляют собой пример простого периодического режима, в котором период колебаний всех нейронов сети равен 6. Причем, имеются нейроны со всевозможными сдвигами фаз, поэтому количество различных значений, принимаемых средней активностью $\langle N \rangle$ также равно 6. В случае сложного периодического режима ввиду наличия в сети нейронов в разные периоды колебаний количество различных относительных сдвигов фаз сильно возрастает, вследствие чего повышается число значений средней активности.

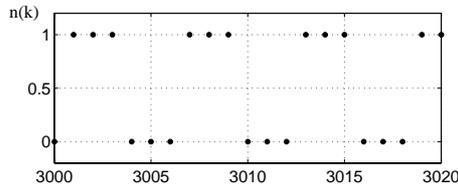


Рис. 4. Зависимость активности одного из нейронов сети от времени в периодическом режиме. Период колебаний $T = 6$.

В простейшем случае один период колебаний активности нейрона образован двумя блоками нулей и единиц одинаковой длины (см. рис. 4)

$$\underbrace{11 \dots 1}_{T/2} \underbrace{00 \dots 0}_{T/2}. \quad (25)$$

В нейронной сети реализуются и более сложные формы колебаний, при которых в двоичных последовательностях $n_i(k)$ чередуются блоки нулей и единиц различных длин.

При рассмотрении динамики нейронной сети целесообразно ввести понятие *устойчивости* динамического режима, под которой будем понимать свойство сети сохранять текущий тип режима неизменным. В качестве меры устойчивости можно взять интервал времени, в течение которого не происходит изменения типа динамического режима при отсутствии действия на сеть внешнего сигнала.

Факт неустойчивости динамического режима легко определяется, если на интервале наблюдения за сетью происходит смена типа динамического поведения сети. Однако, при отсутствии подобных событий однозначный

⁵Говоря далее о колебаниях нейронов, будем понимать соответствующие периодические зависимости активностей нейронов от времени.

ответ можно дать лишь в случае установившегося периодического режима, который является устойчивым.

Понятие устойчивости будет использоваться только для сравнительного анализа различных неперiodических динамических режимов. Строгое же определение устойчивости и ее меры выходит за рамки настоящей работы. Достаточно сказать, что кроме меры устойчивости динамического режима во времени необходимо вводить и меру устойчивости относительно малых изменений параметров модели (см. следующий раздел).

4 Фазы динамических режимов и фазовые переходы

Рассмотрим один из примеров фазовой диаграммы (рис. 5), где представлены все экспериментально наблюдаемые динамические режимы нейронной сети. Пределы изменения параметров

$$0 \leq \beta \leq 3, \quad 0 \leq \alpha \leq 1.$$

В сине-зеленых тонах отмечены периодические режимы, в желто-красных — неперiodические.

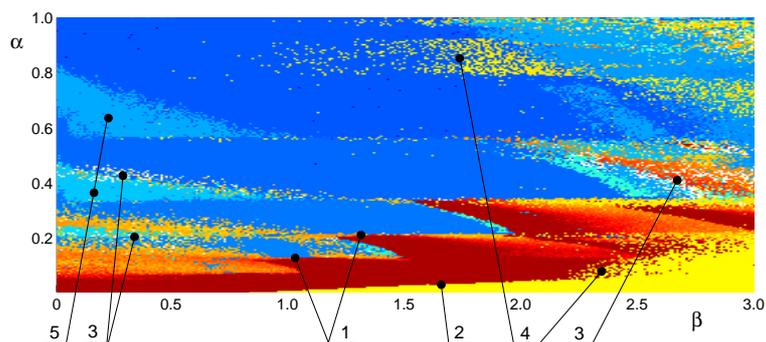


Рис. 5. Фазы динамических режимов. Для периодических режимов (синий-голубой-зеленый) отложены логарифмы периодов колебаний сети (переход от синего ($T < 10$) к зеленому ($T \sim 300$) соответствует увеличению периода колебаний), для неперiodических (желтый-оранжевый-красный) — логарифмы времен жизни сети (в желтых областях сеть обнуляется практически сразу после прекращения накачки, в красных областях время жизни сети превышает 10^6 шагов). Белым точкам соответствуют параметры, при которых наблюдаются длиннопериодические колебания с $T > 500$ (см. сноска 3). Сносками 1 и 2 обозначены фазовые переходы: 1 — периодический \leftrightarrow устойчивый неперiodический, 2 — устойчивый неперiodический \leftrightarrow неустойчивый неперiodический. Сносками 4 отмечены примеры смешанных фаз, а сносками 5 — сложных периодических режимов.

Особенностями данной фазовой диаграммы являются наличие *сплошных*

и *смешанных* (сноски 4) фаз. В областях смешанных фаз тип динамического режима существенно зависит от малых изменений параметров и характера сигнала накачки. Важно отметить, что аналогичная ситуация происходит и на *четких* фазовых переходах (сноски 1 и 2) между сплошными фазами. В определенном смысле некоторые области смешанных фаз можно считать «сильно размытыми» фазовыми переходами.

Интересный пример представляет собой граница, отмеченная сносками 2 и 4 между устойчивым⁶ (темно-красная область) и неустойчивым (желтая область) непериодическими режимами. Граница обладает протяженным интервалом четкого фазового перехода, а также «размытым» участком, представляющим собой область смешанных фаз.

Сноски 4 указывают на примеры особых областей смешанных фаз. Находясь в этих областях, нейронная сеть может эволюционировать весьма длительное время, но малая вариация параметров или незначительный внешний сигнал легко ее обнуляют. То есть устойчивый в смысле большого времени жизни сети динамический режим оказывается неустойчив по отношению к вариациям параметров и внешнему воздействию.

В окрестностях фазовых переходов или в областях смешанных фаз, где нейронная сеть чувствительна к внешнему воздействию, могут появляться различного рода эффекты, одним из которых является возникновение собственных и вынужденных длиннопериодических колебаний. В разделе 6 отмечается, что одним из условий появления вынужденных длиннопериодических колебаний должен быть выбор параметров на границе фазовых переходов. Собственные длиннопериодические колебания нейронной сети, как это видно на диаграмме рис. 5 (сноски 3), также появляются в областях сильной чувствительности сети⁷. Экспериментально показано, что собственные длиннопериодические колебания могут возникнуть и в результате локального по времени воздействия на нейронную сеть, находившуюся до этого в периодическом режиме при параметрах, соответствующих, например, фазовым переходам, отмеченным сносками 1 на рис. 5.

5 Энтропия рассинхронизации и энтропия связей

Нейронная сеть, находясь в периодическом динамическом режиме, разбита на группы синфазно колеблющихся нейронов — *кластеры*. Процесс синхронизации сети начинается или уже во время воздействия на нее сигналом накачки, или непосредственно после его отключения. Прекращение эволюции нейронной сети в непериодическом динамическом режиме наступает в результате обнуления, то есть, когда все нейроны одновременно становятся неактивны. Таким образом, в обоих рассмотренных случаях сеть развивается в сторону большей взаимной синхронизации нейронов, а время

⁶Понятия устойчивого динамического режима здесь относительное. В устойчивом режиме сеть эволюционирует гарантированно более 10^6 шагов, тогда как в неустойчивом обнуляется после прекращения воздействия на сеть сигналом накачки.

⁷Множество пар параметров (белые точки на рис. 5), соответствующих собственным длиннопериодическим колебаниям составляет менее 2% площади фазовой диаграммы.

жизни сети в непериодическом режиме будет зависеть от степени рассинхронизации и средней скорости ее уменьшения.

Удобной характеристикой является *энтропия рассинхронизации* нейронной сети, которую мы введем следующим образом. Рассмотрим зависимости активностей нейронов от времени $N_i(k)$ на промежутке $[k - \Delta k, k]$, где k и Δk — некоторые момент и интервал дискретного времени. Эти зависимости представляют собой последовательности нулей и единиц одинаковой длины, то есть двоичные числа. Для удобства будем их записывать в десятичной системе. Таким образом, каждому моменту времени k и промежутку Δk сопоставлено множество целых десятичных чисел, несущих полную информацию о поведении активностей нейронов сети за последние $\Delta k + 1$ шагов. На полученном множестве определим энтропию, предварительно выбрав такое покрытие рассматриваемого множества непересекающимися единичными отрезками, при котором количество этих отрезков минимально,

$$S_1(k, \Delta k) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i, \quad (26)$$

где n — количество нейронов в сети, p_i — вероятность попадания i -го элемента множества в интервал единичной длины⁸. Величину $S_1(k, \Delta k)$ назовем энтропией рассинхронизации нейронной сети.

Определим энтропию связей $W_{ij}^0(k)$ нейронной сети, как

$$S_r(k) = - \sum_{i=1}^{n^2} p_i \ln p_i.$$

Для вычисления вероятностей p_i необходимо найти минимальное покрытие непересекающимися интервалами длины r множества, состоящего из n^2 вещественных чисел — матричных элементов матрицы $W_{ij}^0(k)$.

Величины $S_1(k, \Delta k)$ и $S_r(k)$ дополняют друг друга. С одной стороны, энтропия связей $S_r(k)$ является функцией только состояния в момент k , тогда как энтропия рассинхронизации определяется по некоторому интервалу Δk . С другой стороны, как будет показано в разделе 6, кластеризация связей есть следствие кластеризации нейронов, поэтому величина $S_1(k, \Delta k)$ «быстрее реагирует» на изменения упорядоченности нейронной сети.

Обе энтропии зависят от параметра — длины интервалов покрытия, но нас будет интересовать изменение энтропий со временем, а не их абсолютное значение.

Рассмотрим несколько примеров. На рис. 6 представлены переходные процессы, где нейронная сеть эволюционирует по направлению к устойчивым периодическим режимам, что сопровождается уменьшением обеих

⁸Определение (26) предполагает зависимость энтропии от длины интервалов покрытия, но в данном случае естественно покрывать множество интервалами единичной длины, поскольку покрываемое множество состоит из целых чисел.

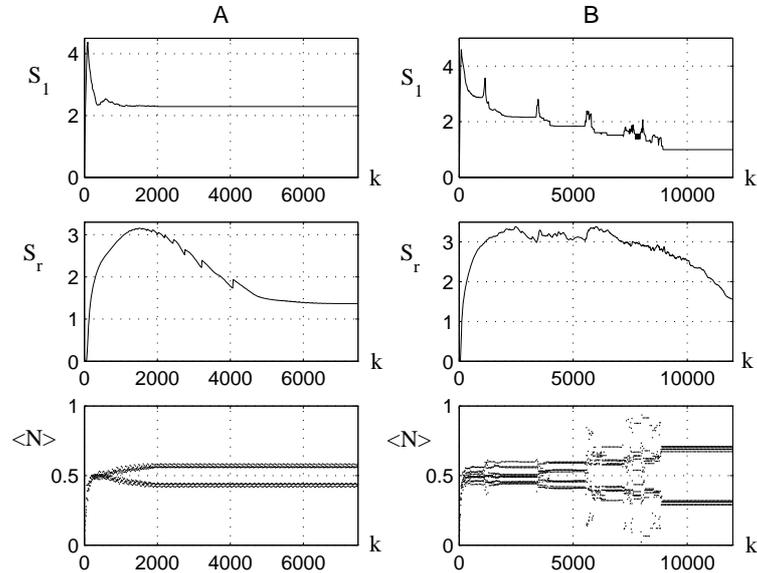


Рис. 6. Энтропия рассинхронизации S_1 , энтропия связей S_r ($r = 1.2$) и средняя активность $\langle N \rangle$ в переходных процессах к устойчивым периодическим режимам. Сигнал накачки действует на интервале $[0, 2000]$. (А) Почти полная синхронизация нейронов происходит до момента отключения сигнала накачки. (В) Переходный процесс происходит в несколько стадий, формируемых длительными участками периодического режима и короткими — неперидического.

энтропий. Во втором случае переходный процесс содержит участки, на которых сеть находится в периодическом режиме, сменяемых кратковременными неперидическими. На рис. 7 показаны примеры неустойчивого и устойчивого⁹ неперидических режимов. По поведению средней активности на рис. 7(А) ясно, что обнуление сети в неперидическом режиме происходит вследствие полной синхронизации всех нейронов или, говоря другими словами, возникновения только одного нейронного кластера, тогда как в периодических режимах таких кластеров несколько, что исключает обнуление. Из приведенных примеров следует, что синхронизация колебаний нейронов предшествует упорядочиванию межнейронных связей.

6 Периодический режим

Как только в некоторый момент времени k нейронная сеть попадает в периодический режим, то есть, когда зависимости активностей всех нейронов

⁹Устойчивость здесь понимается в том смысле, что за время наблюдения не произошло обнуления сети и отсутствуют явные тренды в приведенных зависимостях.

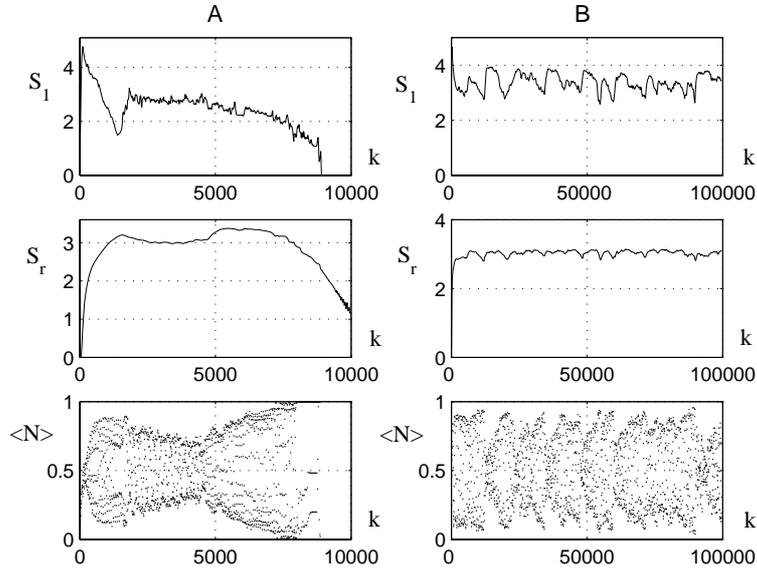


Рис. 7. То же, что и на рис. 6, но для неустойчивого (А) (обнуление при $k = 8875$) и устойчивого (В) непериодических режимов.

от времени становятся периодическими функциями, наступает переходный процесс, асимптотическим состоянием которого является установившийся периодический режим (см. рис. 3), где уже все динамические переменные модели — периодические функции времени. Во время переходного процесса в сети формируется некоторая структура связей. Структура связей и характер колебаний нейронов взаимозависимы и поэтому произвольны. В нейронной сети реализуются только вполне определенные виды колебаний и структур. Перед их рассмотрением выведем формулу, позволяющую в установившемся периодическом режиме по известному поведению активностей нейронов найти функциональные зависимости других динамических переменных модели.

Рекуррентные соотношения (13)–(17), определяющие модель, имеют вид

$$A(k+1) = aA(k) + b(k), \quad (27)$$

где a — вещественная константа, принадлежащая интервалу $[0, 1]$, $b(k)$ — периодическая функция. Соотношение (27) задает последовательность, члены которой представляют собой суммы конечного степенного ряда

$$A(k+n) = a^n A(k) + \sum_{i=0}^{n-1} a^{n-1-i} b(k+i). \quad (28)$$

Не нарушая общности, можно положить $n = mT$, где $m \in \mathbb{N}$, T — период функции $b(k)$. Далее перепишем сумму в (28) в виде двойной суммы

$$\sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=0}^{m-1} a^{mT-1-jT-i} b(k + jT + i).$$

Откуда, учитывая периодичность $b(k)$ и суммируя по j , найдем

$$\sum_{i=0}^{T-1} b(k + i) a^{mT-1-i} \frac{1 - a^{-mT}}{1 - a^{-T}}.$$

Подставляя последнее выражение в (28) и переходя к пределу $i \rightarrow \infty$, окончательно получим

$$A(k) = \frac{1}{1 - a^T} \sum_{i=0}^{T-1} a^{T-1-i} b(k + i). \quad (29)$$

Структура сети в установившемся простом периодическом режиме. Будем рассматривать только простейшие типы колебаний активностей нейронов, имеющие вид (25).

В простом периодическом режиме колебания различных нейронов отличаются только относительными сдвигами фаз. Поэтому нейронная сеть разбивается на кластеры, состоящие из синфазно колеблющихся нейронов. Очевидно, что количество кластеров не может превышать величину T . Разделение сети на кластеры определяет структуру матрицы $W_{ij}^0(k)$ в установившемся периодическом режиме.

В качестве примера рассмотрим структуру связей¹⁰, которая возникает в нейронной сети в простом периодическом режиме при $T = 6$ и единичной задержке правила Богданова-Хэбба: $\{m\} = 1$.

Соотношение (15), определяющее эволюцию связей, будет иметь вид

$$W_{ij}^0(k + 1) = (1 - \mu) W_{ij}^0(k) + \nu N_i(k) N_j(k - 1).$$

Учитывая (29), получим выражение для зависимостей связей от времени в установившемся периодическом режиме

$$W_{ij}^0(k) = \frac{\nu}{1 - (1 - \mu)^T} \sum_{i=0}^{T-1} (1 - \mu)^{T-1-i} N_i(k) N_j(k - 1). \quad (30)$$

Без учета сдвигов фаз количество различных зависимостей произведений $N_i(k) N_j(k - 1)$ от времени равно

$$\frac{T}{2} + 1 \equiv c_m. \quad (31)$$

¹⁰ Далее под связями будем подразумевать матричные элементы $W_{ij}^0(k)$.

Число s_m определяет количество *типов* связей в сети. Связи одного типа имеют одинаковые формы колебаний (рис. 8) и отличаются только относительными сдвигами фаз, поэтому тип колебаний можно характеризовать средней за период T величиной связи

$$\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T W_{ij}^0(k) \equiv w_m. \quad (32)$$

На рис. 9 построены зависимости от времени некоторых связей нейронной сети при переходе к установившемуся периодическому режиму. Эволюция остальных связей аналогична. Хорошо виден процесс постепенного распределения связей по типам. В нейронной сети реализуются только такие периодические режимы, при которых амплитуды колебаний связей меньше модулей разностей величин (32).

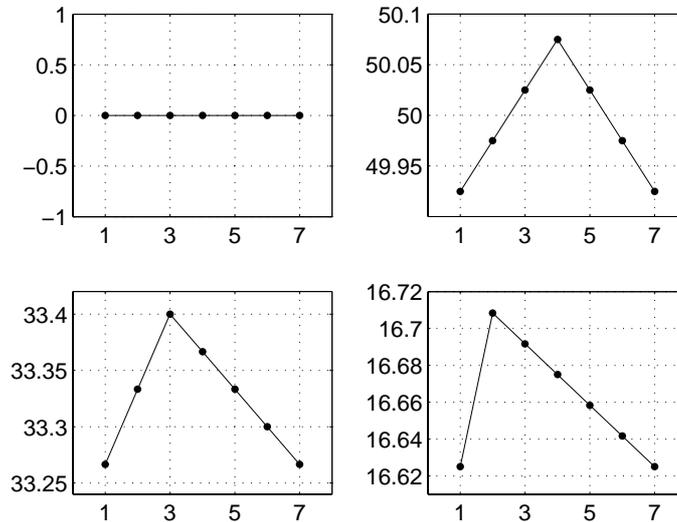


Рис. 8. Типы колебаний связей нейронной сети при $T = 6$ в установившемся простом периодическом режиме. По горизонтальной оси отложено время, по вертикальной — значения матричных элементов.

Очевидно, что принадлежность связи к тому или иному типу определяется также количеством событий, связанных со срабатыванием правила Богданова-Хэбба, приходящихся на один период колебаний T . В рассматриваемом примере эти события могут происходить 0, 1, 2 или 3 раза за период. На рис. 8 растущие части графиков соответствуют наличию обучения, нисходящие — только диссипации связей.

Связи, принадлежащие к одним и тем же типам колебаний, образуют в нейронной сети свои собственные структуры. При построении соответствующих *структурных диаграмм* удобно иметь дело не с отдельными нейро-

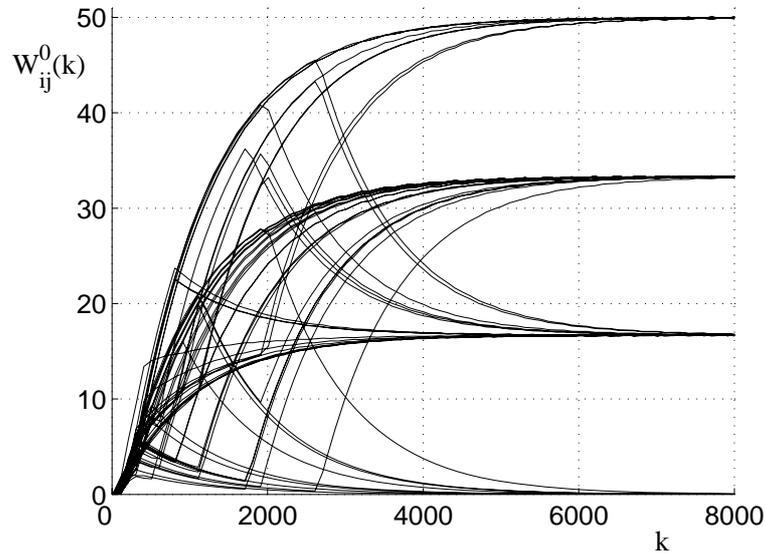


Рис. 9. Эволюция некоторых матричных элементов $W_{ij}^0(k)$ при переходе к установившемуся периодическому режиму. $T = 6$.

нами сети, а с кластерами. Поскольку колебания нейронов, принадлежащих одному кластеру, идентичны, то, следовательно, одинаковы и колебания связей между нейронами одних и тех кластеров (*внутрикластерных связей*), а также связей, направленных от нейронов одного кластера к нейронам другого (*межкластерных связей*).

Будем обозначать кластеры жирными точками, а связи — соединяющими их стрелками. Стрелка символизирует группу связей одного типа, направленных от нейронов одного кластера к нейронам другого. Направление стрелок условимся выбирать, исходя из учета возможности нейронов воздействовать друг на друга. Под связью, *идущей от нейрона j к нейрону i* , будем понимать матричный элемент $W_{ij}^0(k)$, определяющий в соответствии с выражением (13), силу воздействия на нейрон i со стороны j -го нейрона.

Расположим точки, символизирующие кластеры, на окружности так, чтобы при обходе по часовой стрелке колебания нейронов каждого следующего кластера отставали по фазе на единицу от колебаний нейронов предыдущего. То есть, если в момент времени k нейроны кластера 1 (см. рис. 10) становятся активными, то в момент $k + 1$ активизируется кластер 2 и т. д. Если задержка правила Богданова-Хэбба равна единице, как в нашем примере, то максимальными (в смысле средних значений, взятых за период) будут связи, выходящие из кластеров, опережающих по фазе на единицу кластеры, в которые связи входят. На рис. 10 приведены величины w_m

выходящих связей для одного кластера сети.

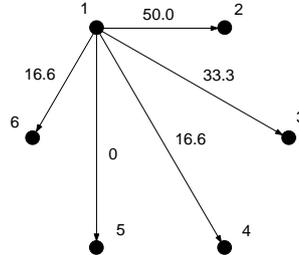


Рис. 10. Типы связей, выходящих из одного кластера нейронной сети. Рядом с каждой стрелкой отмечено среднее за период значение соответствующей связи.

Если для каждого из кластеров на одной диаграмме построить связи только одного типа, то получим искомые структурные диаграммы (рис. 11), где цифрами над каждой диаграммой указаны числа w_m .

Очевидно, что внутрикластерные связи являются симметричными $W_{ij}^0(k) = W_{ji}^0(k)$, в отличие от межкластерных связей, которые в общем случае (при использовании правил Богданова-Хэбба с ненулевыми задержками) несимметричны. В рассматриваемом примере внутрикластерные связи относятся к типу с $w_m = 33.3$.

Таким образом, в установившемся простом периодическом режиме вследствие того, что нейронная сеть разбита не более чем на T кластеров, в ней имеется $T/2 + 1$ типов структур, сформированных связями, колебания которых различаются только относительными сдвигами фаз.

В рассмотренном выше примере количество кластеров равно величине периода колебаний нейронов T , то есть в нейронной сети имелись нейроны со всевозможными сдвигами фаз. Экспериментально показано, что реализуются и периодические режимы, где количество кластеров меньше T , однако только такие, при которых количество различных структур остается равным c_m (см. формулу (31)). Отметим, что число c_m определяется количеством *различных относительных* сдвигов фаз колебаний нейронов, поэтому уменьшение числа кластеров в сети может не влиять на количество структур. Для получения соответствующих структурных диаграмм необходимо построить все диаграммы, как если бы в нейронной сети имелись все T кластеров, а затем исключить из диаграмм отсутствующие кластеры со всеми их связями. На рис. 12 приведен пример, где отсутствует кластер 2 (см. рис. 11).

Структура сети в установившемся сложном периодическом режиме. Здесь мы рассмотрим только один тип сложного установившегося периодического режима, при котором формы колебаний нейронов такие же, как и в простых режимах (рис. 4), а количество разных длин периодов

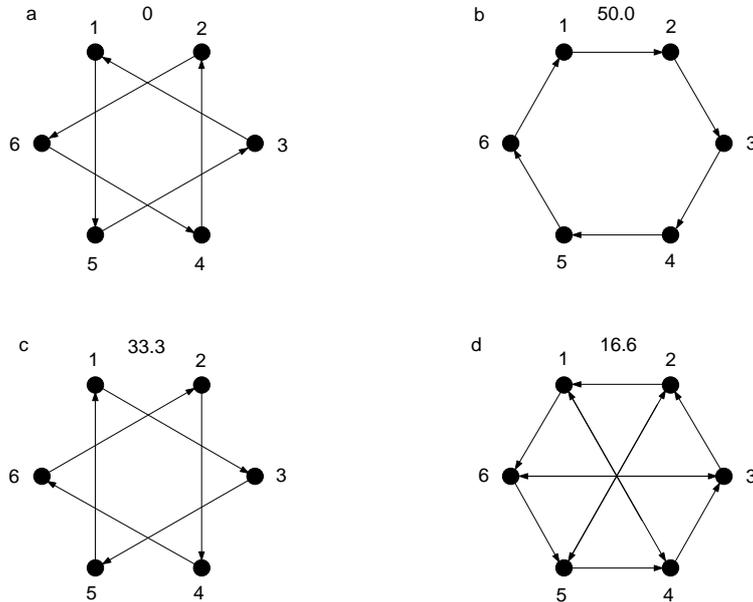


Рис. 11. Виды структур сети в простом установившемся периодическом режиме при $T = 6$. Здесь и далее цифры над структурами указывают средние значения связей (см. рис. 10).

равно двум. При этом периоды T_1 и T_2 имеют только соседние значения: $T_2 = T_1 + 2$.¹¹ В неустановившихся сложных режимах число различных периодов колебаний нейронов может быть больше двух, но все подобные режимы являются неустойчивыми, и эволюция сети, как правило, заканчивается обнулением, либо в очень редких случаях — переходом к периодическому режиму с двумя периодами колебаний.

Наличие в нейронной сети двух множеств A и B , состоящих из нейронов, периоды колебаний которых равны соответственно T_1 и T_2 , приводит к формированию трех групп структур связей: $A \leftrightarrow A$, $B \leftrightarrow B$ и $A \leftrightarrow B$.

Рассмотрим пример сложного установившегося периодического режима, в котором $T_1 = 6$ и $T_2 = 8$. Группа структур связей между нейронами, имеющими периоды колебаний $T_1 = 6$ представлена на рис. 11. На рис. 13 показана аналогичная группа структур для $T_2 = 8$ (как и на рис. 11 вверху каждой диаграммы отмечено среднее за период значение связи w_m).

Найдем по формуле (30) зависимости от времени для связей группы $A \leftrightarrow B$. Периоды колебаний будут равны $T_1 T_2 / 2 = 24$. Имеется два типа связей, отличающихся формами колебаний (см. рис. 14). Но поскольку для всех связей $w_m = 25$, и, кроме того, количество событий срабатывания правила

¹¹Выполнение данного правила проверено, в частности, для фиксированных в разделе 2 параметрах и интервалов α и β , использованных при построении фазовой диаграммы.

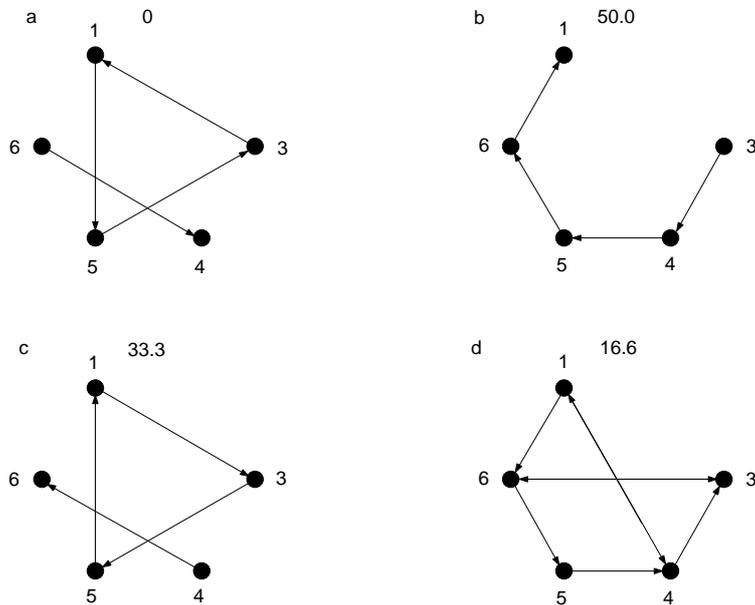


Рис. 12. То же, что и на рис. 11, но отсутствует кластер 2.

Богданова-Хэбба, приходящихся на один период, также одинаково, то все связи из группы $A \leftrightarrow B$ можно отнести к одному типу.

Таким образом, в рассматриваемом сложном периодическом режиме нейронная сеть разделена на две подсети, внутренние структуры которых эквивалентны структурам сети, находящейся в простых режимах с соответствующими периодами колебаний нейронов. А так как совокупность связей между подсетями неструктурирована, то можно рассматривать эволюцию каждой из подсетей независимо, заменив связи на постоянный фоновый сигнал.

Вынужденные длиннопериодные колебания. Эксперименты, в результате которых был найден эффект вынужденных длиннопериодных колебаний, проводились в сотрудничестве с доктором филологических наук заведующей Лабораторией интеллектуальных систем НИИ математики и механики Санкт-Петербургского государственного университета профессором Мариной Абрамовной Красноперовой. Целью экспериментов являлась проверка некоторых гипотез, выдвинутых М. А. Красноперовой в рамках разрабатываемых ею формальных методов в лингвистической поэтике [24]. По результатам первичных исследований была опубликована совместная работа [25].

Эффект состоит в возникновении длиннопериодных колебаний связей

Динамика нейронной сети Кропотова-Пахомова

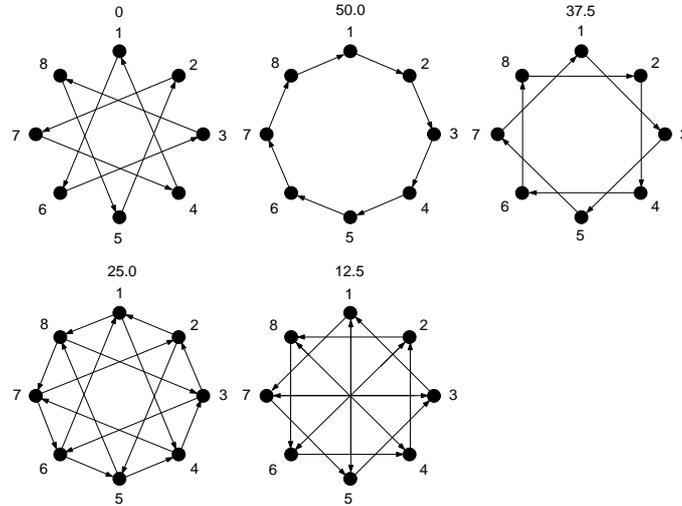


Рис. 13. То же, что и на рис. 11, но при $T = 8$.

нейронов, на которые действует периодический внешний сигнал. При этом происходят периодические изменения типов связей воздействуемых нейронов вследствие циклических переходов последних из кластера в кластер.

Длина периода T_l колебаний удовлетворяет условию

$$T_l = TT_s c, \tag{33}$$

где T — период собственных колебаний нейронной сети,¹² T_s — период внешнего сигнала, c — некоторая целая положительная константа.

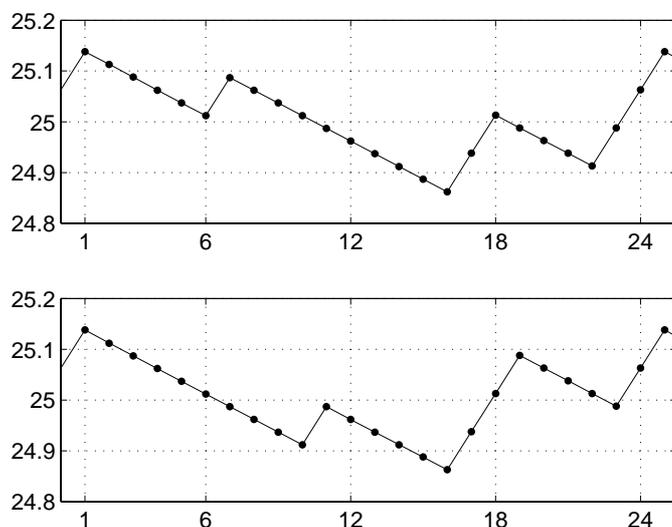
Необходимыми условиями возникновения длиннопериодных колебаний являются следующие факторы

- Период внешнего сигнала T_s не должен быть кратен периоду собственных колебаний сети T .
- Нейронная сеть должна находиться в установившемся периодическом режиме при параметрах, соответствующих границе фазового перехода между периодическим и непериодическим режимами.

Длиннопериодные колебания связей нейрона устанавливаются через некоторое время после начала действия на этот нейрон внешними периодическими импульсами (рис. 15) и продолжают вплоть до окончания данного воздействия. После возобновления подачи сигнала длиннопериодные колебания восстанавливаются (рис. 16).

Рассмотрим механизм возникновения колебаний в простом режиме. Напомним, что в периодическом режиме сеть разбита на группы синфазно

¹²Для сложного периодического режима $T = T_1 T_2$.

Рис. 14. То же, что и на рис. 8, но при $T = 8$.

колеблющихся нейронов — кластеры. В простом периодическом режиме колебания активностей нейронов различаются лишь относительными сдвигами фаз. Было установлено, что тип конкретной связи, характеризующейся величиной w_m (32), определяется сдвигом фаз колебаний нейронов, между которыми эта связь проходит. Если вследствие, например, внешнего воздействия у какого-то нейрона сети изменяется фаза колебаний, то он переходит из одного кластера в другой. Начинается переходный процесс, в результате которого типы всех связей этого нейрона изменяются.

При длиннопериодных колебаниях нейрон циклически переходит из одного кластера в другой. Один цикл таких переходов образует период длиннопериодных колебаний. Время нахождения нейрона в одном кластере, то есть время между двумя последовательными изменениями фазы колебаний нейрона, называется *сегментом*. Поведение воздействуемого нейрона и сети в целом в рамках одного сегмента можно считать неустановившимся периодическим режимом с характерным стремлением динамических характеристик к своим средним предельным значениям. Если отключить внешний сигнал, то со временем мы получим картину установившегося периодического режима (см. рис. 17).

Особо подчеркнем, что равные длинам сегментов интервалы времени между двумя последовательными сдвигами фаз колебаний нейрона могут значительно превосходить период следования внешних импульсов, воздействующих на нейрон. Откуда следует, что на протяжении одного сегмента нейрон нечувствителен к внешнему воздействию в смысле изменения своей

Динамика нейронной сети Кропотова-Пахомова

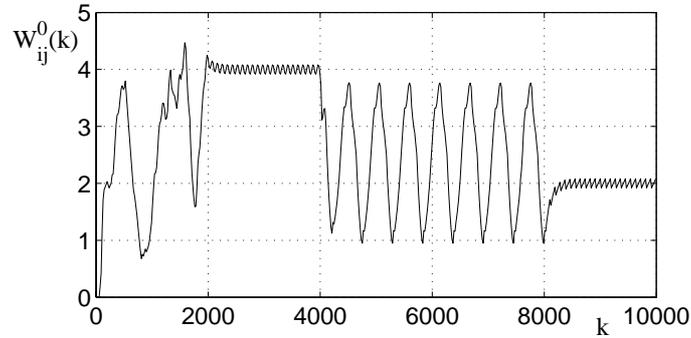


Рис. 15. Длиннопериодные колебания ($T_l = 540$) одной из связей нейрона, на который подается периодический сигнал. $[0, 2000]$ — интервал «накачки» сети, $[4000, 8000]$ — интервал воздействия на нейрон внешними импульсами величины 0.5 с периодом $T_s = 9$. Период собственных колебаний сети $T = 10$.

активности. Однако в точках соединений сегментов, то есть в моменты, когда происходит изменение фазы колебаний активности нейрона, потенциал последнего вследствие действия внешнего импульса на предыдущем шаге получает дополнительное приращение, достаточное для «внеурочного» преодоления порога активации. Сравнивая графики зависимостей потенциала нейрона и его связей от времени (рис. 18), можно увидеть, что в окрестности точки сдвига фазы потенциал испытывает флуктуации. Подобное *нелинейное* поведение потенциала нейрона реализуется в результате совместного действия нескольких параллельно протекающих процессов и становится возможным при соблюдении ряда условий. К примеру, величина амплитуды внешнего сигнала, подбираемая экспериментально, может принимать

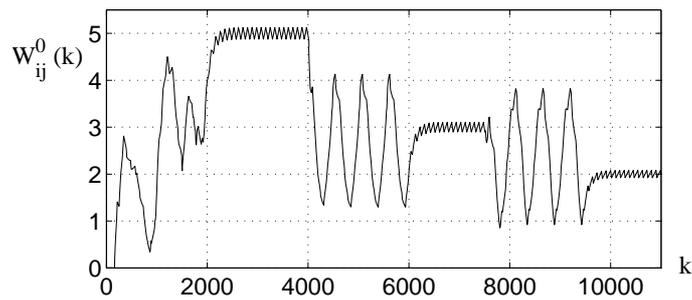


Рис. 16. То же, что и на рис. 15, но внешний периодический сигнал подается на двух интервалах: $[4000, 6000]$ и $[7500, 9500]$.

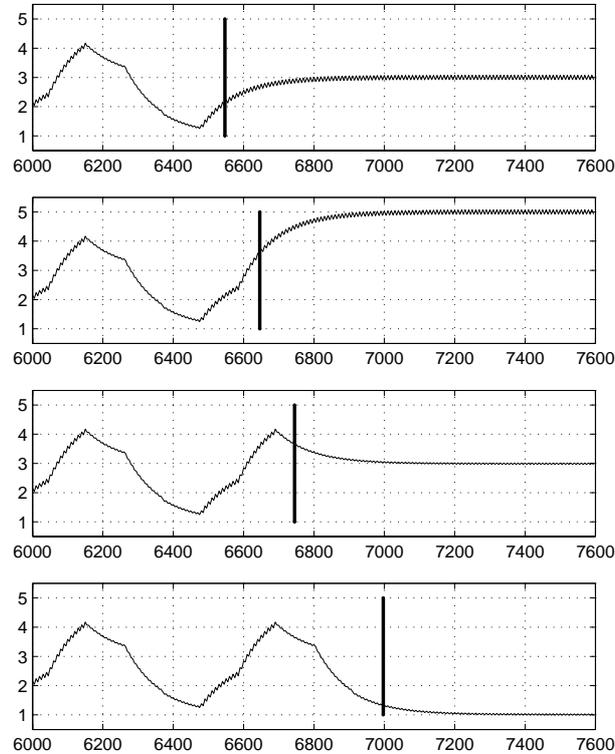


Рис. 17. Эволюция связи нейрона до и после момента (отмечено вертикальным отрезком) прекращения воздействия на него периодическими импульсами.

значения только в достаточно узком интервале. Получить аналитическое описание динамики потенциала при длиннопериодных колебаниях весьма затруднительно, поэтому далее приводится только качественное описание деталей процесса.

Введем понятие *уровня* динамической переменной нейронной сети, находящейся в периодическом режиме. Пусть $a(k)$ — некоторая динамическая переменная, а T — период собственных колебаний нейронной сети. Тогда *уровнем* переменной $a(k)$ назовем последовательность значений, принимаемых $a(k)$ с интервалом T . Очевидно, что в дискретном времени количество уровней у одной переменной равно T , а в установившемся периодическом режиме уровни всех переменных сети суть постоянные функции времени. Отдельные кривые на графиках рис. 3 представляют примеры уровней для средних активности и потенциала.

Рассмотрим динамику потенциала нейрона, на который действует периодический внешний сигнал, на интервале одного сегмента (рис. 19). Воздей-

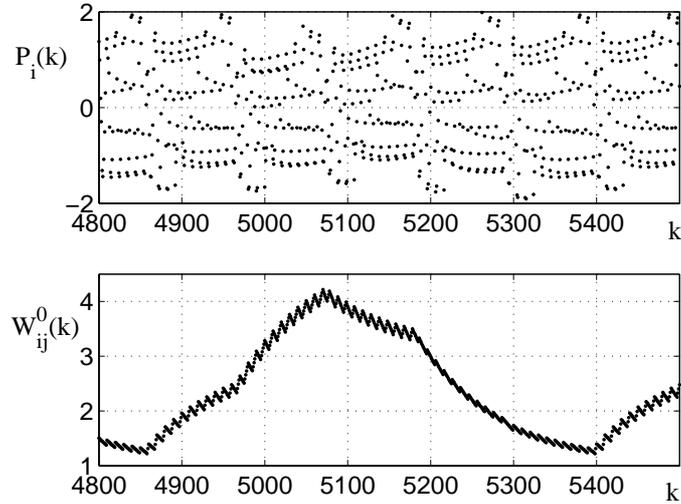


Рис. 18. Один период длиннопериодных колебаний. На верхнем графике показана зависимость потенциала воздействуемого нейрона от времени, на нижнем — одной из его связей.

ствие на нейрон внешним импульсом в некоторый момент времени вызывает в следующий момент приращение его потенциала. Это хорошо видно на представленном графике. Если значение потенциала ниже нуля, а по абсолютной величине меньше амплитуды импульса, то при получении потенциалом приращения его значение станет положительным и вызовет активизацию нейрона, что в свою очередь приведет к сдвигу фазы колебаний последнего.

В рассматриваемом случае это происходит только в моменты времени $k_1 = 5936$ и $k_2 = 6044$. Интервал $[k_1, k_2]$ определяет длительность текущего сегмента длиннопериодных колебаний. Внешние импульсы, поданные в промежутке $k_1 < k < k_2$, не влияют на поведение активности нейрона. Здесь сказываются следующие факторы:

- соотношение периода внешних импульсов и периода собственных колебаний сети;
- соотношение амплитуды импульсов и абсолютного значения разности значений уровней потенциала воздействуемого нейрона;
- скачок уровней потенциала, связанный с событием сдвига фазы активности, и последующее их стремление к предельным значениям.

Основную роль играет расхождение периодов внешних импульсов и собственных колебаний сети. За каждый период колебаний сети импульсы отстают на один шаг, вследствие чего приращения получают разные уровни

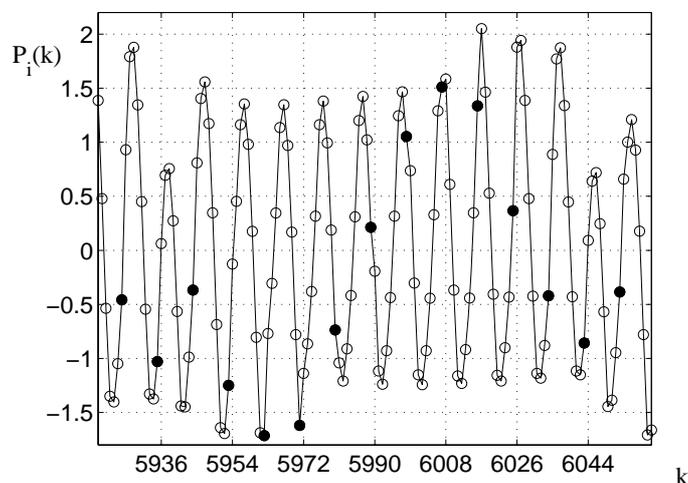


Рис. 19. Динамика потенциала воздействуемого нейрона в промежутке между двумя последовательными изменениями фазы активности. Черные кружки соответствуют моментам подачи внешних импульсов. Период следования внешних импульсов $T_s = 9$. Период собственных колебаний сети $T = 10$. Величина импульсов равна 0.5. Порог активизации $h = 0$.

потенциала (см. рис. 20).

На рис. 20 видна эволюция каждого из уровней потенциала до и после воздействия на них внешними импульсами. Непосредственно после получения потенциалом приращения соответствующий уровень испытывает скачок, а затем стремится к некоторому установившемуся значению. В моменты сдвигов фаз уровни перемешиваются. Фаза колебаний активности нейрона сохраняется до тех пор, пока под воздействием внешнего импульса какой-либо уровень не перейдет из области отрицательных значений потенциала в положительную, где нейрон становится активным.

Представленный пример есть лишь частный случай из многообразия возможных сценариев поведения потенциала. Тем не менее, здесь хорошо прослеживается влияние вышеупомянутых факторов. Отметим, что скачок состояний потенциала в отрицательную область исключил сдвиг фазы на 5954 шаге. Здесь проявилось влияние третьего из вышеперечисленных факторов. Как правило, фактор скачка состояний действует в случаях, когда период следования внешних импульсов сравним с длительностью скачка. Решающую роль в формировании эффекта длиннопериодных колебаний играют специальные амплитуда и период внешнего сигнала. Обязательно должно быть соблюдено условие некратности периодов T и T_s .

На рис. 21 показан пример длиннопериодных колебаний связей, где фактор скачка уровней потенциала несущественен, так как период следования

Динамика нейронной сети Кропотова-Пахомова

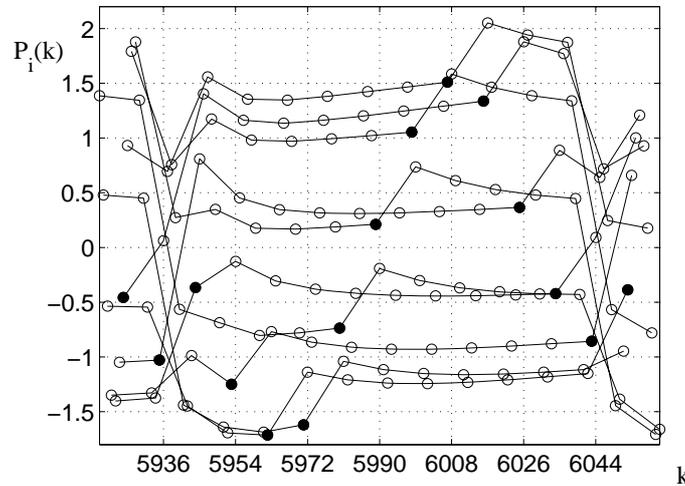


Рис. 20. Динамика уровней потенциала воздействующего нейрона на интервале одного сегмента.

внешних импульсов велик по сравнению с характерным временем *насыщения* уровней.

В отличие от рассмотренного примера длиннопериодные колебания связей могут быть достаточно нетривиальными, а их период весьма длительным даже в случаях, когда частота следования внешних импульсов не намного выше частоты собственных колебаний нейронной сети (см. примеры на рис. 22).

Собственные длиннопериодные колебания. В нейронной сети помимо рассмотренных выше вынужденных колебаний могут возникать и собственные колебания, которые в отличие от вынужденных не прекращаются после отключения внешнего воздействия. Кроме того, для появления собственных колебаний стимулирование сети не обязано быть периодическим. Колебания возникают либо «сами собой» через некоторое время (оно может быть достаточно большим) после снятия сигнала накачки, либо как следствие дополнительного воздействия. В обоих случаях факт появления собственных длиннопериодных колебаний — событие достаточно редкое, и можно лишь примерно указать области параметров, где следует их ожидать. Например, на фазовой диаграмме рис. 5 количество пар параметров (α, β) , при которых они возникают, составляет менее 2% от общего числа экспериментально перебранных пар.

Механизм возникновения собственных длиннопериодных колебаний практически аналогичен картине при вынужденных колебаниях. Сеть кластеризована, находясь в установившемся периодическом режиме. Для одного или нескольких нейронов «не находится места», и они начинают периоди-

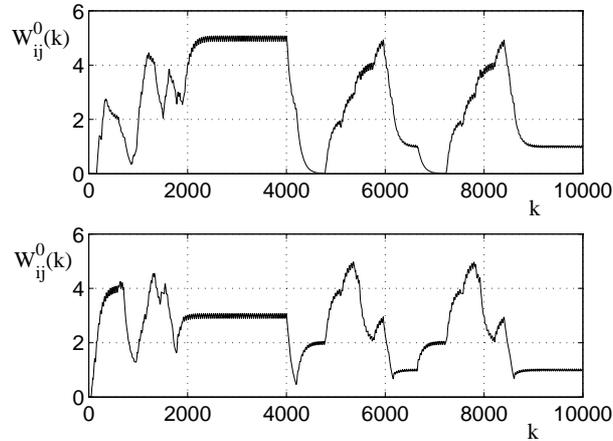


Рис. 21. Длиннопериодные колебания двух связей воздействуемого нейрона. Период внешних импульсов $T_S = 97$.

чески изменять свое «место жительства», перескакивая из одного кластера в другой. Полный цикл таких перескоков определяет период колебаний. Отличие от вынужденных колебаний состоит в том, что на «бездомные» нейроны не оказывается периодического внешнего воздействия — его заменяет вся сеть.

Наибольший найденный экспериментально период длиннопериодных колебаний для сети с $n = 64$ равен 39144.

7 Непериодический режим

Зависимости от времени активностей $N_i(k)$ нейронов сети, находящейся в неперриодическом динамическом режиме, можно рассматривать, как последовательности следующих друг за другом отрезков простых периодических колебаний (см. рис. 4) различных периодов и длин. Оказывается, что количество таких периодов сильно ограничено (как правило, не превосходит 3-4-х), и в среднем длины интервалов, на которых не происходит изменения периода колебаний, в несколько раз превышают длины самих периодов. В связи с этим целесообразно ввести понятие частот колебаний нейронов сети для неперриодических режимов.

Рассмотрим зависимость активности одного из нейронов сети от времени $N_i(k)$ на некотором интервале $[k_1, k_2]$. Выберем границы интервала, исходя из условий $N_i(k_1) \neq N_i(k_1 - 1)$, $N_i(k_2) \neq N_i(k_2 + 1)$. Зависимость $N_i(k)$ представляет собой двоичную последовательность. Разделим ее на блоки, каждый из которых будет состоять либо только из нулей, либо из единиц. Обозначим символами t_j ($j \in \mathbb{N}$) всевозможные длины блоков, имеющиеся на интервале $[k_1, k_2]$.

Динамика нейронной сети Кропотова-Пахомова

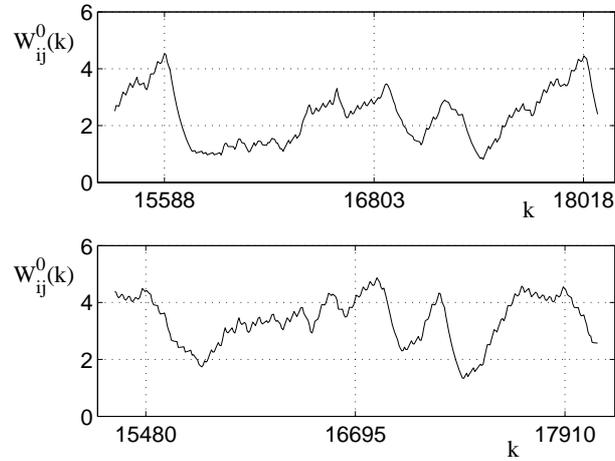


Рис. 22. Один период длиннопериодных колебаний ($T_l = 2430$) двух связей воздействуемого нейрона. Период внешних импульсов $T_s = 27$. Период собственных колебаний нейронной сети $T = 10$.

Назовем величины

$$\frac{1}{2t_j} \tag{34}$$

частотами колебаний нейрона на интервале $[k_1, k_2]$. Очевидно, величины $2t_j$ имеют смысл длин периодов, соответствующих частотам (34).

В качестве первого примера рассмотрим некоторый интервал *типичной* зависимости $N_i(k)$ в неперiodическом режиме

```

111111110000000011111111000000001111111100000000111111110000000011111111
000000001111111100000000111111110000000011111111000000001111111100000000
111111110000000011111111000000001111111100000000111111110000000011111111
000000001111111100000000111111110000000011111111000000001111111100000000
111111110000000011111111000000001111111100000000111111110000000011111111
000000001111111100000000111111110000000011111111000000001111111100000000
111111110000000011111111000000001111111100000000111111110000000011111111
000000001111111100000000111111110000000011111111000000001111111100000000
1111111100000000111111110000000011111111000000001111111100000000
1111111100000000111111110000000011111111
    
```

Здесь есть блоки лишь двух различных длин: $t_1 = 8$ и $t_2 = 9$. Следовательно, имеется две частоты колебаний нейрона

$$\frac{1}{2t_1} = \frac{1}{16}, \quad \frac{1}{2t_2} = \frac{1}{18}.$$

Двоичную последовательность, представляющую зависимость $N_i(k)$, можно переписать в виде¹³

$$3t_2 4t_1 22t_2 4t_1 6t_2 6t_1 6t_2 4t_1 6t_2 6t_1 6t_2 4t_1, \quad (35)$$

где, например, величина $3t_2$ обозначает первые три блока, длина каждого из которых равна 9, а величина $4t_1$ — четыре последующих блока длины 8.

Подобные последовательности можно представлять в виде¹⁴

$$\{c_{ij}t_j\}_{i,j=1}^{p,q}, \quad (36)$$

где $c_{ij} \in \mathbb{N}$, p — количество блоков, а q — количество различных полуинтервалов t_j , расположенных на рассматриваемом интервале времени $[k_1, k_2]$.

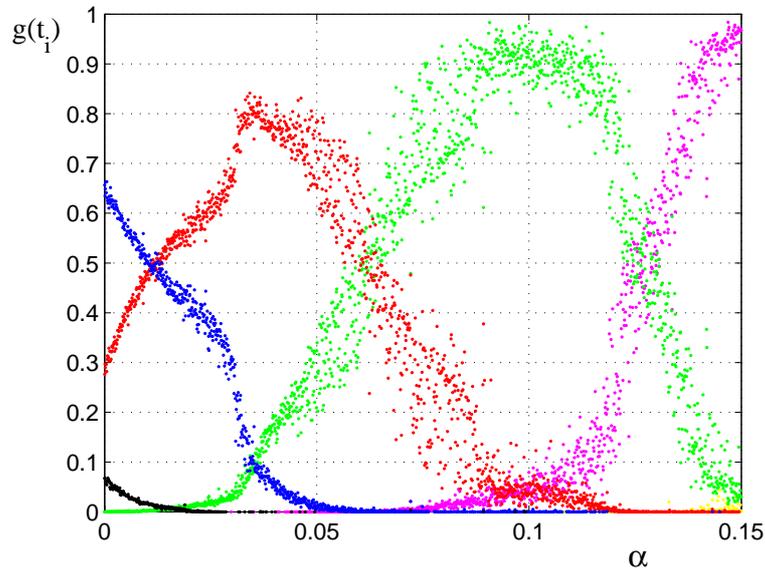


Рис. 23. Зависимости относительных сумм длин интервалов, соответствующих отдельным частотам колебаний нейронов сети, от параметра α при $\beta = 0.2$. $t_j = 5$ — желтый, $t_j = 6$ — розовый, $t_j = 7$ — зеленый, $t_j = 8$ — красный, $t_j = 9$ — синий, $t_j = 10$ — черный.

Поставим эксперимент, состоящий из большого числа опытов над моделью при различных параметрах, соответствующих неперiodическому режиму. Рассмотрим одно из сечений областей параметров диаграммы рис. 5,

¹³В записи (35) утерянную информацию о порядке следования единичных и нулевых блоков можно восстановить, указав с какого числа начинается последовательность. Для дальнейшего рассмотрения эта информация излишняя, так как нас будут интересовать только длины блоков.

¹⁴Здесь и далее, где встречается выражение $c_{ij}t_j$ суммирование по индексу j не производится.

относящихся к «сплошной» фазе неперiodического режима

$$0 \leq \alpha \leq 0.15, \quad \beta = 0.2. \quad (37)$$

Выполним 1501 опыт для значений параметра $\alpha = 0.0001k$, $k = 0, \dots, 1500$. В результате получим, что в 52% опытов количество различных частот q равно 4, в 43% — 3, в 4% — 2 и на 1% приходятся случаи с $q = 5$.

Для каждого из опытов вычислим относительные суммы длин интервалов, соответствующих отдельным частотам колебаний нейронов сети

$$g(t_j) \equiv \frac{\sum_{m=1}^n \sum_i c_{ij}(m) t_j(m)}{nl}, \quad j = 1, \dots, q, \quad \sum_{j=1}^q g(t_j) = 1, \quad (38)$$

где $c_{ij}(m)$, $t_i(m)$ — коэффициенты и длины блоков в представлении (36) для m -го нейрона, l — время наблюдения, n — количество нейронов сети.

На рис. 23 представлены зависимости величин $g(t_j)$ от параметра α для наблюдаемых значений $t_j = 5, \dots, 10$.

Отметим также, что численные значения длин полупериодов t_j , упорядоченных, например, по возрастанию, удовлетворяют условиям $t_{j+1} = t_j + 1$, $j = 1, \dots, q$.

Приведенный выше пример отражает общую ситуацию¹⁵, а именно, динамика модели в неперiodическом режиме при условии отсутствия внешнего воздействия такова, что каждый нейрон сети имеет *малое* количество частот колебаний в смысле определения (34), причем еще меньшее количество частот являются *доминирующими* (см. рис. 23).

Вышеупомянутые факты особенно отчетливо проявляются на форме автокорреляционных функций средних по сети динамических характеристик. На рис. 24 показаны графики автокорреляционных функций средних по сети потенциала и матричного элемента матрицы $W_{ij}^0(k)$, где хорошо видна периодичность в следовании максимумов. Расстояния между соседними максимумами определяются доминирующими частотами зависимостей активностей нейронов сети от времени $N_i(k)$.

Характер изменения среднего времени жизни¹⁶ нейронной сети в области параметров (37) показан на рис. 25.

Если нейронная сеть находится в неперiodическом динамическом режиме, то длины $c_{ij} t_j \equiv \Delta k$ интервалов, соответствующих определенной частоте $1/2t_j$, можно рассматривать как значения некоторой случайной величины. Для построения ее плотности распределения $p(\Delta k, t_j)$ необходимо, чтобы сеть эволюционировала достаточно длительное время.

Рассмотрим эволюцию нейронной сети при параметрах $\alpha = 0.001$, $\beta = 0.2$ на интервале времени $l = 10^8$. По зависимости рис. 25 можно заключить,

¹⁵Пример показателен еще тем, что большинство опытов (см. рис. 25) относилось к неустойчивому неперiodическому режиму, то есть сеть обнулялась за время наблюдения.

¹⁶Усреднение велось по достаточно узким интервалам α , содержащим представительное количество точек.

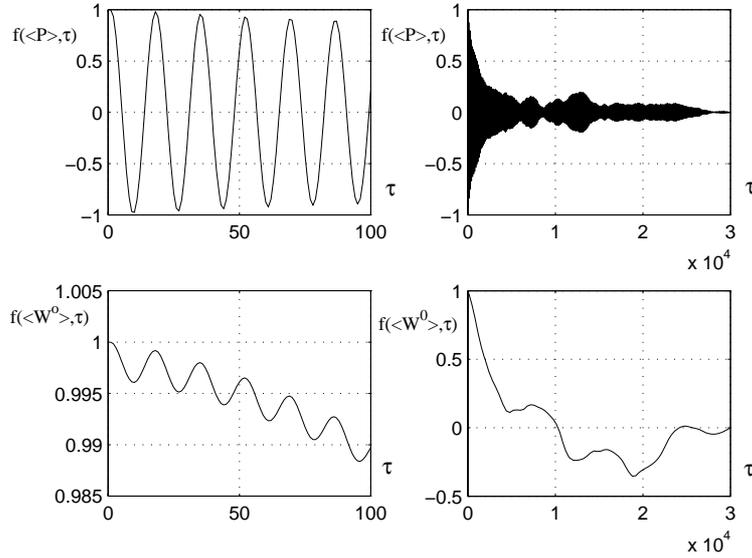


Рис. 24. Автокорреляционные функции средних потенциала (вверху) и матричного элемента матрицы $W_{ij}^0(k)$ (внизу). Левая пара графиков соответствует малому интервалу сдвигов τ , правая — интервалу $[0, 3 \cdot 10^4]$.

что среднее время жизни сети при этом значительно превосходит 10^8 . Найдем плотность распределения для частоты $1/18$, которая согласно рис. 23 является доминирующей (синий график с $t_j = 9$). Плотность распределения будем искать по формуле

$$p(\Delta k, t_j) = \frac{\sum_{m=1}^N \sum_i c_{ij}(m) t_j(m)}{N l g(t_j)}, \quad (39)$$

где N — количество нейронов, l — время наблюдения. Здесь знаменатель равен суммарной длине всех интервалов, соответствующих колебаниям с частотой $1/2t_j$, а числитель — сумме интервалов того же сорта фиксированной длины Δk , поэтому условие $\sum_{\Delta k=1}^{\infty} p(\Delta k, t_j) = 1$, которому должна удовлетворять плотность распределения, выполнено. Очевидно, что значения величин Δk кратны длине полупериода t_j , поэтому искомая плотность вероятности будет отлична от нуля только в точках, кратных t_j .

На рис. 26 представлена зависимость (39) для $t_j = 9$. Поскольку по обеим осям отложены логарифмы, взятые от аргумента и значений исследуемой функции, и график имеет явные линейные участки, то приходим к выводу, что плотность распределения имеет кусочно-степенную форму, то

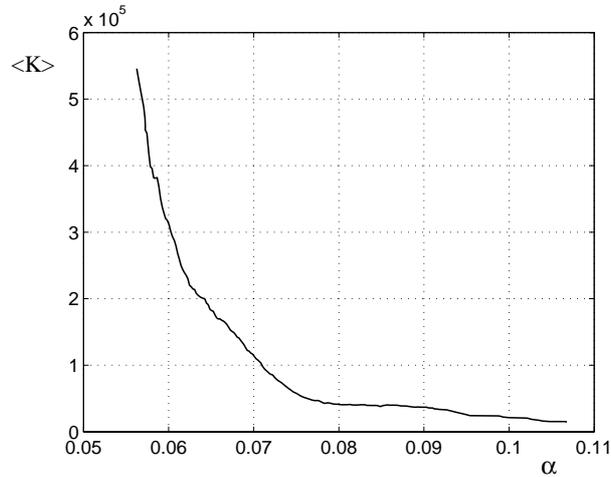


Рис. 25. Среднее время жизни сети при $0 \leq \alpha \leq 0.15$, $\beta = 0.2$.

есть на отдельных участках может быть представлена в виде

$$p(\Delta k, t_j) = a \Delta k^{-\varphi}, \quad (40)$$

где a , φ — положительные вещественные константы.

Метод наименьших квадратов для случая линейной регрессии дает следующие значения трех коэффициентов φ , относящихся к трем прямолинейным участкам графика рис. 26:

$$1.637 \pm 0.006,$$

$$4.76 \pm 0.05,$$

$$10.2 \pm 0.3.$$

Обсуждение

В заключение приведем некоторые соображения относительно возможных направлений исследования как модифицированной модели Кропотова-Пахомова, так и нейронных сетей, которые могут быть построены с использованием задействованных в ней механизмов.

Оригинальная модель Кропотова-Пахомова строилась авторами с целью изучения процессов, протекающих в коре головного мозга человека. При этом мы должны четко осознавать, что на современном уровне развития науки деятельность, связанная с построением всевозможных компьютерных моделей нейронных сетей, какими бы «реалистическими» они ни были, практически не приближает нас к пониманию механизмов работы мозга,

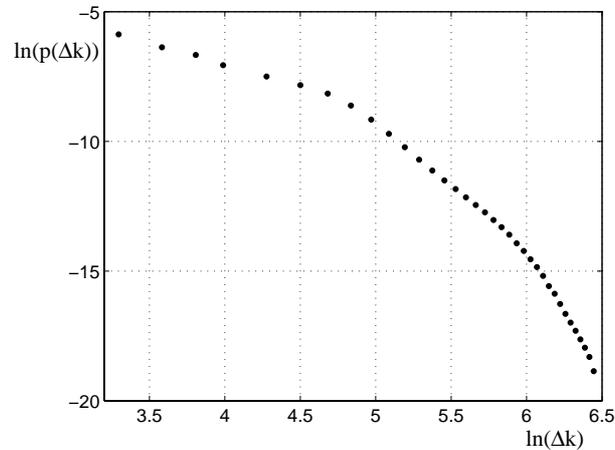


Рис. 26. Плотность распределения для длин временных интервалов, соответствующих частоте $t_j = 9$.

связанных с такими феноменами как сознание или разум. Подобная позиция достаточно полно и аргументированно отражена в замечательных книгах Роджера Пенроуза [26].

Во введении отмечалось, что целью настоящей работы не является моделирование каких-либо реальных физических процессов; это относится, в частности, и к процессам, протекающим в коре головного мозга человека. Задача работы более скромная — исследовать саморганизирующуюся нейронную сеть на предмет поиска в ее динамическом поведении свойств, заслуживающих дальнейшего детального изучения уже применительно к реальным физическим объектам. Именно поэтому в качестве основы была взята реалистическая нейронная сеть.

Среди примечательных свойств предложенной модели, безусловно, стоит упомянуть явления, связанные с кластеризацией, кусочно-степенной вид распределений, а также особенности динамики нейронной сети в переходных процессах и на границах фазовых переходов.

Одной из ярко выраженных отличительных черт модифицированной модели является наличие высокочастотной составляющей в зависимостях динамических переменных от времени. Причина состоит в использовании быстроизменяемых связей, что на практике реализовано применением видоизмененного правила Богданова-Хэбба (8). Вопрос о реальном существовании быстро модифицирующихся синапсов можно не ставить, поскольку все, что относится к короткопериодическим осцилляциям, целесообразно рассматривать в качестве фона, на котором развивается интересная для исследователя динамика. При таком подходе периодические режимы, рассмотренные в разделе 6, соответствуют различным *стационарным* состояниям кластеризованной нейронной сети. При длиннопериодических коле-

баниях уже сама стационарная сеть играет роль фона для периодической эволюции кластера нейронов. Таким образом, именно режимы, при которых наблюдаются длиннопериодические колебания, следует считать «истинно» периодическими. При проведенных экспериментах наличие длиннопериодических колебаний встречалось довольно редко, что побуждает исследовать это явление более основательно, в особенности, с целью выяснения уровня универсальности подобного поведения самоорганизующихся нейронных сетей.

Идеологию исключения высокочастотной составляющей следует распространить и на непериодические режимы. Делать это можно разными способами: от построения огибающих для временных зависимостей динамических переменных с последующей интерполяцией до применения частотных фильтров. Неявно один из подобных способов использовался при построении распределения, показанного на рис. 26.

Поведение нейронов сети в непериодическом режиме можно интерпретировать как переключение между несколькими стационарными состояниями. Тогда каждый из цветных графиков на рис. 23 будет соответствовать «весу» того или иного состояния, а зависимость, представленная на рис. 26, — распределению вероятностей времён жизни нейронов сети в состоянии, имеющем наибольший «вес». Изломанность графика рис. 26 может служить отправной точкой еще для одного направления исследования. Было бы интересно выявить именно те внутренние механизмы модели, которые приводят к подобным кусочно-степенным распределениям, а также осуществить поиск аналогов этих механизмов в природных процессах.

Динамика модели в окрестностях фазовых переходов, особенно на границах, где с одной стороны расположена область устойчивого непериодического режима, по-видимому, является одной из наиболее заманчивых тем. Начать было бы полезно, например, с построения диаграмм наподобие рис. 5, но уже для зависимостей энтропий от ключевых параметров модели.

Интересно проследить влияние различных задержек модифицированного правила Богданова-Хэбба на динамические и статистические характеристики нейронной сети. Как уже отмечалось, применение задержек позволяет получить несимметричную матрицу связей, что помимо простого обобщения исходной модели дает возможность записывать в сеть и затем воспроизводить примитивные временные последовательности образов.

Если говорить о проведении каких-либо параллелей между динамикой модели и, к примеру, поведением групп нейронов головного мозга человека, то здесь, по-видимому, следует начинать с вычисления известных или построения новых численных характеристик, которые позволили бы сравнивать результаты на формальном уровне. Определенный оптимизм, основанный пока только на качественных результатах, не вошедших в настоящую работу, на этот счет есть. Отметим, в частности, определенное сходство Фурье-образов, построенных для некоторых зависимостей динамических переменных сети от времени, и реальных энцефаллограмм.

Нельзя не упомянуть о совершенно ином подходе, использованном ав-

торами настоящей статьи совместно с Ю.А. Купериным и И.В. Пранявичуте (Санкт-Петербургский государственный университет), при работе с модифицированной моделью Кропотова-Пахомова. Речь идет о построении музыкальных текстов на основе временных рядов, генерируемых нейронной сетью. В процессе создания музыкального образа использовалось несколько глобальных параметров, таких как темп, положение октав и минимальный квант времени; однако очередность следования отдельных нот и их относительные высоты определялись исключительно внутренней динамикой сети. Интересно, что испытуемые, в числе которых были и профессиональные музыканты, отмечали в предложенных для прослушивания примерах наличие четко выраженной музыкальной составляющей. Материал был представлен на Второй международной конференции по когнитивной науке (2006, Санкт-Петербург) и IX Всероссийской научно-технической конференции «Нейроинформатика-2007» (Москва). Примеры музыкальных образов можно загрузить из интернета, воспользовавшись ссылкой hep.niif.spbu.ru/files/musik/patterns.rar. Тот факт, что созданные столь витиеватым образом мелодии субъективно воспринимаются человеком как нечто интересное, несомненно заслуживает внимания.

Очевидно, что модифицированная модель Кропотова-Пахомова является очень богатым объектом с точки зрения разнообразия динамического поведения, и изучать ее достаточно интересно и полезно, даже учитывая пока еще призрачный характер ее связи с реальными физическими процессами. Но в естественно-научной области деятельности ценность модели определяется степенью ее скоррелированности с явлением, для описания которого она строилась. Поэтому, безусловно, дальнейшая работа с представленной в настоящей статье моделью нейронной сети, большей частью должна быть направлена именно на поиск точек соприкосновения с природными процессами.

Приложение 1

По мере того как складывается центральная нервная система и обособляются ее высшие центры, возрастает роль специально-психического подбора; под его контролем, сначала из рефлексов, а затем рядом с ними вырабатываются привычные реакции. Однако в момент своего возникновения «привычная» реакция не заслуживает этого имени. Она представляет тогда еще «непривычное» приспособление, приспособление к условиям, еще только впервые переживаемым, не пережитым раньше. Следовательно, она возникает, как пластичная реакция, и потом уже, в ряду поколений, вызываемых повторением тех же условий, приобретает характер привычной. Когда человек еще только начинает плавать, его движения имеют характер пластичных; после ряда повторений они являются привычными.

При этом возрастает, с одной стороны, определенность, отчетливость и целесообразность реакции, с другой стороны — ее консерватизм. Первое происходит в силу того, что в ряду повторений приспособление ста-

новится совершеннее: продолжительное действие подбора со стороны повторяющихся условий устраняет наименее подходящие к этим условиям элементы реакции, тогда как наиболее подходящие сохраняются. Второе изменение, стоящее в неразрывной связи с первым, зависит, главным образом, от накапливающегося действия психического подбора. Каждый раз, как психический подбор оказывается благоприятным для реакции, т.е. каждый раз, как сама она оказывается непосредственно целесообразной, ее элементы и их взаимная связь становятся прочнее, возможность повторения реакции возрастает. Следовательно, можно сказать следующее

Возможно, что сопротивление нервных проводников уменьшается по мере их функционирования в силу чисто физических условий самого проведения. Это, может быть, послужит исходной точкой самого простого и непосредственного объяснения процессов «привыкания»: при таких условиях каждое повторение реакции должно облегчать следующее ее повторение.

Так и развивается привычная реакция: она не могла бы часто повторяться и стать «привычной», если бы не оказывалась в своих повторениях непосредственно целесообразной.

Повторяясь чаще и чаще, привычная реакция становится все в большей степени устойчивой и автоматичной, приближаясь во всех отношениях к рефлексам (даже, как увидим, по степени сознательности). Таковы, например, движения при ходьбе или профессиональные движения работника, выполняющего какую-нибудь простую техническую операцию. Очень вероятно, что многие инстинкты, например, строительные инстинкты птиц, возникли из привычных действий, повторявшихся при сходных условиях в ряду поколений, и приобретающих все более консервативный и стихийный характер.

Приложение 2

Назовем *образом* группу активных в фиксированный момент времени нейронов, то есть таких, для которых $N_i(k) = 1$, а *последовательностью образов* — цепочку друг за другом поочередно активизирующихся групп нейронов. Запоминание сетью цепочек образов проявляется в виде формирования специальных структур связей в результате соответствующего внешнего воздействия, а воспроизведение связано с распространением сигналов вдоль этих структур.

Рассмотрим подробнее, как образуются связи и распространяется сигнал. Пусть имеется два изолированных нейрона с номерами m_1 и m_2 , то есть все соответствующие матричные элементы матрицы связей равны нулю:

$$W_{im_1}(k) = W_{m_1i}(k) = W_{m_2i}(k) = W_{im_2}(k) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Если в момент времени k подействовать внешним импульсом на нейрон с номером m_1 , то (при достаточной величине импульса) в последующий момент $k + 1$ за счет появления в правой части (13) дополнительного слагаемого $S_{m_1}(k)$ потенциал данного нейрона превысит порог активности h_{m_1} , и нейрон станет активен ($N_{m_1} = 1$). Заметим, что посредством подбора параметров α и β можно добиться того, что еще через один шаг по времени потенциал P_{m_1} снова окажется по величине меньше h_{m_1} , и нейрон станет неактивен. Далее, подадим такой же по величине импульс на второй нейрон, но в момент $k + 1$. Активность этого нейрона наступит при $k + 2$ и в (15) появится положительное слагаемое $\nu N_{m_2}(k + 2)N_{m_1}(k + 1)$. В результате в матрице связей возникнет ненулевой матричный элемент $W_{m_2 m_1}$, при этом симметричный ему останется нулевым. Если теперь через некоторое время нейрон m_1 снова станет активен, например, опять после внешнего воздействия, то в (13) под знаком суммы появится слагаемое $W_{m_2 m_1} N_{m_1}$, что может привести к последующей активизации нейрона m_2 . Активность же нейрона m_2 не окажет никакого влияния на нейрон m_1 , поскольку матричный элемент $W_{m_1 m_2}$ равен нулю. Поэтому здесь можно говорить о появлении связи, направленной от нейрона m_1 к нейрону m_2 , и о распространении сигнала вдоль этой связи.

Аналогичная картина будет и при последовательной подаче импульсов на группы нейронов (рис. 27), причем связи между нейронами внутри групп возникать не будут, так как нейроны остаются активны только в течение одного шага по времени.

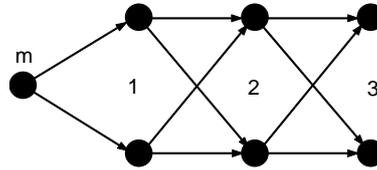


Рис. 27. Структура связей нейронной сети, соответствующая цепочке из 4-х образов (m , 1, 2 и 3).

Повторное однократное воздействие, например, на нейроны из группы 1 вызовет последовательную однократную активизацию групп 2 и 3, при этом новые связи возникать не будут, а матричные элементы существующих связей увеличатся по величине, то есть связи укрепятся. Следовательно, даже при наличии диссипации связей возможно многократное воспроизведение одной и той же последовательности образов.

Очевидно, что для корректного воспроизведения разные образы последовательности не должны пересекаться, то есть один нейрон может быть задействован только в одном образе. При использовании структур специального типа (рис. 28), где есть выделенная цепочка управляющих нейронов, можно записывать и последовательности с пересекающимися образами. Од-

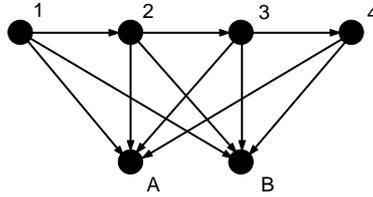


Рис. 28. Пример структуры, допускающей пересечение образов. $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ — цепочка управляющих нейронов. A, B — нейроны образов. Воздействие на нейрон с номером 1 вызовет последовательную активизацию групп нейронов: $(1), (2, A, B), (3, A, B), (4, A, B), (A, B)$.

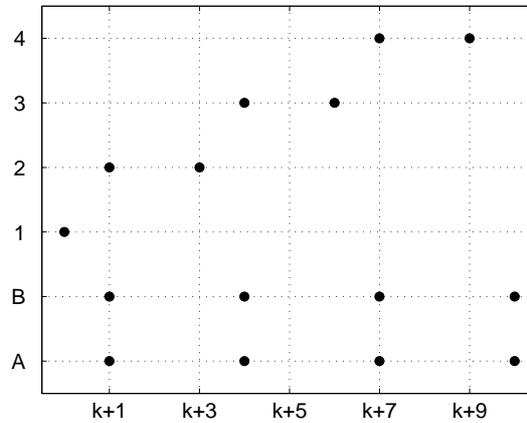


Рис. 29. Внешние импульсы, формирующие структуру на рис. 28. По горизонтальной оси отложено время, по вертикальной — номера стимулируемых нейронов.

нако для формирования подобных структур необходимо либо особым образом воздействовать на сеть (см. рис. 29), либо видоизменять модель. Во втором случае отбирать управляющие нейроны можно, например, по принципу, используемому в сетях Кохонена [27].

На рис. 28 приведен один из простейших примеров, где последовательность образов состоит из двух постоянно активных нейронов A и B . Но в общем случае здесь может быть гораздо большее количество нейронов, образующих своеобразный экран, на который управляющие нейроны будут «проецировать» свои образы.

Конечно описанный выше механизм записи последовательностей образов следует считать скорее дополнительной иллюстрацией, позволяющей лучше понять принципы работы модели, нежели руководством к практическому применению, поскольку здесь практически теряется одно из осново-

ных преимуществ нейросетей — работа с большим количеством информации при минимуме задействованных объектов.

Список литературы

- [1] А. А. Богданов. *Познание с исторической точки зрения*. СПб. 1901.
- [2] B. Miller, J. Reinhardt. *Neural networks. An introduction*. Springer-Verlag. 1991.
- [3] М. Б. Беркинблит. *Нейронные сети*. МИРОС. 1993.
- [4] И. С. Суровцев, В. И. Ключкин, Р. П. Пивоварова. *Нейронные сети*. Воронеж, ВГУ. 1994.
- [5] A. K. Jain, J. Mao, K. M. Mohiuddin. Artificial neural networks: a tutorial. *Computer*. 1996. V. 29. P. 31-44.
- [6] H.-J. Chang, W. J. Freeman, B. C. Burke. Biologically modeled noise stabilizing neurodynamics for pattern recognition. *Int. J. Bifurcation and Chaos*. 1998. V. 8. No. 2. P. 321-345.
- [7] K. Tateno, H. Hayashi, S. Ishizuka. Complexity of spatiotemporal activity of a neural network model which depends on the degree of synchronization. *Neur. Netw.* 1998. V. 11. P. 5-23.
- [8] M. Yoshida, H. Hayashi, K. Tateno, S. Ishizuka. Stochastic resonance in the hippocampal CA3-CA1 model: a possible memory recall model. *Neur. Netw.* 2002. V. 15. P. 1171-1183.
- [9] Y. Chen, Y. H. Wang, K. Q. Yang. The macroscopic dynamics in separable neural networks. *Phys. Rev. E*. 2001. V. 63, 041901.
- [10] R. Albert, A-L. Barabási. Statistical mechanics of complex networks. *Rew. Mod. Phys.* 2002. V. 74. P. 47-97.
- [11] S. Bornholdt, T. Röhl. Self-organized critical neural networks. *Phys. Rev. E*. 2003. V. 67, 066118.
- [12] W. K. Theumann. Mean-field dynamics of sequence processing neural networks with finite connectivity. *Physica A*. 2003. V. 328. P. 1-12.
- [13] M. Kawato. Internal models for motor control and trajectory planning. *Current Opinion in Neurobiology*. 1999. V. 9. P. 718-727
- [14] M. Heerema, W. A. Leeuwen. A recurrent neural network with ever changing synapses. *J. Phys. A: Math. Gen.* 2000. V. 33. P. 1781-1795.
- [15] S. Miyoshi, H.-F. Yanaib, M. Okada. Associative memory by recurrent neural networks with delay elements. *Neur. Netw.* 2004. V. 17. P. 55-63.

- [16] Ю. Д. Кропотов, С. В. Пахомов. Математическое моделирование механизмов обработки сигналов нейронными популяциями в головном мозге. Сообщение I. Постановка задачи и основные свойства модели. *Физиология человека*. 1981. Т. 7. № 1. С. 152-162.
- [17] Ю. Д. Кропотов, С. В. Пахомов. Математическое моделирование механизмов обработки сигналов нейронными популяциями в головном мозге. Сообщение II. Влияние синаптической пластичности на свойства нейронной сети с локальными связями в стационарном режиме. *Физиология человека*. 1983. Т. 9. № 5. С. 787-795.
- [18] Ю. Д. Кропотов, С. В. Пахомов. Математическое моделирование механизмов обработки сигналов нейронными популяциями в головном мозге. Сообщение III. Изучение вызванных реакций нейронных ансамблей. *Физиология человека*. 1984. Т. 10. № 5. С. 813-821.
- [19] Дж. Г. Николас, А. Р. Мартин, Б. Дж. Валлас, П. А. Фукс. *От нейрона к мозгу*. УРСС. 2003.
- [20] К. А. Mardanov, Y. M. Pismak, Y. M. Potyagailo. General properties of realistic neural network dynamics. *Comp. Math. Appl.* 1997, V. 34, N. 7/8, P. 675-685.
- [21] Г. А. Черных, Ю. М. Письмак. Модифицированный принцип Хэбба в модели нейронной сети Кропотова. *Вестник С.-Петербург. ун-та*. 2001. Сер. 4. Вып. 3. №20. С. 104-107.
- [22] К. Kaneko, I. Tsuda. *Complex systems: chaos and beyond. A constructive approach with applications in life sciences*. Springer-Verlag. 2001.
- [23] D. O. Hebb. *The organization of behavior. A neuropsychological theory*. N.Y.: Wiley and Sons. 1949. P. 355.
- [24] М. А. Красноперова. *Основы реконструктивного моделирования стихосложения*. С.-Петербург. ун. 2000.
- [25] М. А. Красноперова, Ю. М. Письмак, Г. А. Черных. О возможности применения моделей нейронных сетей в исследовании ритмики текста. *Формальные методы в лингвистической поэтике*. Сборник научных трудов, посвященный 60-летию профессора Санкт-Петербургского государственного университета М. А. Красноперовой. С.-Петербург. ун. 2001.
- [26] Р. Пенроуз. *Тени разума. В поисках науки о сознании*. Ч. 1,2. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2005.
- [27] Т. Kohonen. Self-organized formation of topologically correct feature maps. *Bio. Cybern.* 1982. V. 43. N. 1. P. 56-69.

Статья поступила 16 декабря 2005 г.

После доработки 19 февраля 2007 г.