

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ  
МИНИСТЕРСТВО ПРОМЫШЛЕННОСТИ, НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
РОССИЙСКАЯ АССОЦИАЦИЯ НЕЙРОИНФОРМАТИКИ  
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

---

**НАУЧНАЯ СЕССИЯ МИФИ–2003**

**НЕЙРОИНФОРМАТИКА–2003**

**V ВСЕРОССИЙСКАЯ  
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ  
КОНФЕРЕНЦИЯ**

**ЛЕКЦИИ  
ПО НЕЙРОИНФОРМАТИКЕ**

**Часть 2**

По материалам Школы-семинара  
«Современные проблемы нейроинформатики»

Москва 2003

УДК 004.032.26 (06)

ББК 32.818я5

М82

**НАУЧНАЯ СЕССИЯ МИФИ–2003. V ВСЕРОССИЙСКАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «НЕЙРОИНФОРМАТИКА–2003»: ЛЕКЦИИ ПО НЕЙРОИНФОРМАТИКЕ. Часть 2.** – М.: МИФИ, 2003. – 180 с.

В книге публикуются тексты лекций, прочитанных на Школе-семинаре «Современные проблемы нейроинформатики», проходившей 29–31 января 2003 года в МИФИ в рамках V Всероссийской конференции «Нейроинформатика–2003».

Материалы лекций связаны с рядом проблем, актуальных для современного этапа развития нейроинформатики, включая ее взаимодействие с другими научно-техническими областями.

Ответственный редактор

*Ю. В. Тюменцев*, кандидат технических наук

ISBN 5–7262–0471–9

© *Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет), 2003*

## Содержание

<b>Предисловие</b>	<b>6</b>
<b>А. А. Ежов. Некоторые проблемы квантовой нейротехнологии</b>	<b>29</b>
Введение . . . . .	29
Классические и квантовые вычисления . . . . .	32
Классические компьютеры . . . . .	32
Перспективы классических компьютеров . . . . .	33
Квантовые компьютеры . . . . .	33
Квантовые алгоритмы . . . . .	37
Реализации квантовых вычислений . . . . .	38
Роль запутанности состояний . . . . .	39
Многомировая интерпретация квантовой механики и квантовые вычисления . . . . .	47
Многомировая интерпретация и ее роль . . . . .	47
Эвристическая эффективность ММИ . . . . .	54
ММИ в измерениях процессов без взаимодействий . . . . .	54
ММИ в фактически не производимых вычислениях . . . . .	56
ММИ и парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена . . . . .	60
Квантовые нейронные системы . . . . .	61
Проблема создания квантовых компьютеров второго типа и фи- зическое моделирование . . . . .	64
Квантовое управление и реализация управляемых кванто- вых гейтов . . . . .	64
Квантовые компьютеры второго типа . . . . .	65
Уравнение диффузии . . . . .	66
Инвариантное погружение . . . . .	69
Отражение частиц от стержня . . . . .	70
Квантовый подход . . . . .	71
Заключение . . . . .	72
Литература . . . . .	73
 УДК 004.032.26 (06) Нейронные сети	 3

<b>A. Yu. Khrennikov. Classical and quantum mental models based on <math>p</math>-adic representation of information</b>	<b>80</b>
1. Introduction . . . . .	81
2. Where is consciousness located? . . . . .	86
3. Classical mental states produced by one-layer brain . . . . .	87
4. Quantum-like formalism for one layer brain . . . . .	91
5. Motivation observable . . . . .	95
6. Neuron-activation observable . . . . .	100
7. Complex cognitive systems; evolution . . . . .	101
8. Entanglement of psychological functions . . . . .	102
9. State-evolution . . . . .	104
10. Discussion . . . . .	105
11. References . . . . .	114
<b>Ю. И. Нечаев. Математическое моделирование в бортовых интеллектуальных системах реального времени</b>	<b>119</b>
Введение . . . . .	120
Концепция моделирования поведения ДО в экстремальных ситуациях . . . . .	121
Принципы формализации знаний . . . . .	121
Принципы обработки информации . . . . .	122
Формализация знаний . . . . .	125
Интегрированная система знаний . . . . .	125
Методы и модели в ИС реального времени . . . . .	127
Традиционные модели . . . . .	127
Модели, использующие принцип нелинейной самоорганизации . . . . .	129
Нейросетевые модели . . . . .	130
Организация вычислительной среды . . . . .	133
Методы моделирования при разработке и испытании ИС . . . . .	134
Методы моделирования при функционировании ИС . . . . .	142
Модели выбора оптимальных режимов качки ДО . . . . .	145
Модели идентификации экстремальных ситуаций . . . . .	152
Модели прогнозирования экстремальных ситуаций . . . . .	157
Модели прогнозирования характеристик ДО . . . . .	158
Модели анализа динамических сцен . . . . .	162
Адекватность математических моделей . . . . .	163
Методы планирования эксперимента в ИС реального времени . . . . .	170

Особенности планирования эксперимента . . . . .	171
Выбор оптимальных условий эксперимента . . . . .	173
Заключение . . . . .	175
Литература . . . . .	176

## ПРЕДИСЛОВИЕ

1. В этой книге (она выходит в двух частях) содержатся тексты лекций, прочитанных на Школе-семинаре «Современные проблемы нейроинформатики», проходившей 29–31 января 2003 года в МИФИ в рамках V Всероссийской научно-технической конференции «Нейроинформатика–2003».

При отборе и подготовке материалов для лекций авторы и редактор следовали принципам и подходам, сложившимся при проведении двух предыдущих Школ (см. [1–3]).

А именно, основной целью Школы было рассказать слушателям о современном состоянии и перспективах развития важнейших направлений в теории и практике нейроинформатики, о ее применениях.

При подготовке программы Школы особенно приветствовались лекции междисциплинарные, лежащие по охватываемой тематике «на стыке наук», рассказывающие о проблемах не только собственно нейроинформатики (т. е. о проблемах, связанных с нейронными сетями, как естественными, так и искусственными), но и о взаимосвязях нейроинформатики с другими областями мягких вычислений (нечеткие системы, генетические и другие эволюционные алгоритмы и т. п.), с системами, основанными на знаниях, с традиционными разделами математики, биологии, психологии, инженерной теории и практики.

Основной задачей лекторов, приглашаемых из числа ведущих специалистов в области нейроинформатики и ее приложений, смежных областей науки, было дать живую картину современного состояния исследований и разработок, обрисовать перспективы развития нейроинформатики в ее взаимодействии с другими областями науки.

Помимо междисциплинарности, приветствовалась также и дискуссионность излагаемого материала. Как следствие, не со всеми положениями, выдвигаемыми авторами, можно безоговорочно согласиться, но это только повышает ценность лекций — они стимулируют возникновение дискуссии, выявление пределов применимости рассматриваемых подходов, поиск альтернативных ответов на поставленные вопросы, альтернативных решений сформулированных задач.

2. В программу Школы-семинара «Современные проблемы нейроинформатики» на конференции «Нейроинформатика–2003» вошли следующие семь лекций<sup>1</sup>:

---

<sup>1</sup>Первые четыре из перечисленных лекций публикуются в части 1, а оставшиеся три — в части 2 сборника «Лекции по нейроинформатике».

1. *А. А. Фролов, Д. Гусек, И. П. Муравьев.* Информационная эффективность ассоциативной памяти типа Хопфилда с разреженным кодированием.
2. *Б. В. Крыжановский, Л. Б. Литинский.* Векторные модели ассоциативной памяти.
3. *Н. Г. Макаренко.* Эмбедология и нейропрогноз.
4. *С. А. Терехов.* Введение в байесовы сети.
5. *А. А. Ежов.* Некоторые проблемы квантовой нейротехнологии.
6. *А. Ю. Хренников.* Классические и квантовые модели мышления, основанные на  $p$ -адическом представлении информации.
7. *Ю. И. Нечаев.* Математическое моделирование в бортовых интеллектуальных системах реального времени.

Характерная объединяющая черта семи лекций, публикуемых в настоящем сборнике, состоит в том, что все они посвящены обсуждению различных подходов к моделированию интеллектуальных процессов и систем. Эти подходы едва ли можно назвать конкурирующими, скорее их надо рассценивать как взаимодополняющие — в духе принципа дополнительности Нильса Бора.

3. Первая пара лекций, открывавшая Школу, была посвящена одной из классических тем — *ассоциативной памяти*, причем истоки подходов, рассмотренных в обеих лекциях, также относятся к классике, к модели Хопфилда, оказавшей очень большое влияние на развитие нейроинформатики.

Общеизвестен факт — именно с публикации в 1982 году физиком *Джоном Хопфилдом* статьи [4] началось возрождение и последующее бурное развитие нейроинформатики после примерно полутора десятилетий относительного затишья.

Сети Хопфилда в многочисленных разновидностях до сих пор остаются популярной нейросетевой моделью, привлекающей к себе внимание исследователей. Не в последнюю очередь такая популярность объясняется способностью хопфилдовых сетей выполнять функции ассоциативной памяти<sup>2</sup>, т. е. памяти, адресуемой по содержанию, обеспечивающей хранение и извлечение паттернов (образов).

---

<sup>2</sup>Об ассоциативной памяти и двух ее основных разновидностях — *гетероассоциативной* памяти и *автоассоциативной* памяти см., например, статью *А. А. Фролова* в сборнике [8].

Один из возможных вариантов решения проблемы ассоциативной памяти рассмотрен в лекции **А. А. Фролова, Д. Гусека, И. П. Муравьева** «Информационная эффективность ассоциативной памяти типа Хопфилда с разреженным кодированием». В ней исследуется сеть хопфилдового типа, которая действует как автоассоциативная память для статистически независимых бинарных паттернов, т. е. паттернов, элементы которых могут принимать только два значения (например, 0 и 1).

Применительно к сетям такого вида существует несколько типичных проблем, в том числе: проблема информационной емкости (сколько паттернов-эталонов можно записать в такую сеть и затем воспроизвести их?); проблема качества воспроизведения (какова будет доля ошибок в выходных паттернах в сравнении с воспроизводимыми эталонами?); проблема размеров областей притяжения (насколько сильно может быть искажен эталон, чтобы сохранить свойство воспроизводимости?).

Одним из серьезных недостатков сети Хопфилда в ее первоначальной формулировке была невысокая информационная емкость таких сетей. Сеть из  $N$  нейронов может иметь  $2^N$  состояний, но максимальная емкость памяти оказывается значительно меньшей. Предполагалось вначале, что максимальное количество запоминаемых паттернов, которые могут безошибочно извлекаться, будет доходить до величины  $cN^2$ , где  $c > 1$  — положительная константа [10]. Эта оценка оказалась слишком оптимистической. Было показано, что число запоминаемых паттернов не может превышать  $N$ , причем в общем случае оно будет ближе к  $0.14N$  ([5, 6]; см. также [7, 10]).

Один из возможных подходов, позволяющих увеличить информационную емкость сети Хопфилда — *разреженное кодирование*, т. е. такое кодирование, при котором количество активных нейронов  $n$  в записанных паттернах (эталонах) много меньше общего количества  $N$  нейронов в сети. В предельном случае, когда  $n/N \rightarrow 0$ , оценка максимального числа запоминаемых паттернов составляет  $0.72N$ .

В лекции, основываясь на теоретическом анализе и компьютерном эксперименте, даются ответы на вопросы, сформулированные выше, причем прежде всего анализируется влияние разреженности на размер областей притяжения.

**4.** Резкое увеличение числа элементов и использование разреженного кодирования в сетях хопфилдова типа с традиционными бинарными нейронами — это один из возможных путей повышения информационной эффективности сетей данного вида и ассоциативной памяти на их основе. Существует, однако, альтернативный вариант, в основе которого — исполь-



зование сравнительно небольшого числа нейронов, каждый из которых может принимать  $q$  состояний, т. е. так называемых  $q$ -нарных нейронов. Сети из элементов такого вида рассматриваются в лекции **Б. В. Крыжановского**, **Л. Б. Литинского** «Векторные модели ассоциативной памяти».

Исследования в области моделей ассоциативной памяти с  $q$ -нарными нейронами ведутся уже примерно в течение 15 лет. Был предложен целый ряд схем, позволяющих приписать нейрону  $q$  различных состояний, а также нейросетей с такими элементами. Совсем недавно был предложен еще один вариант сетей с  $q$ -нарными нейронами, получивший наименование «параметрическая нейронная сеть» [12, 13]. Вначале она была ориентирована на нелинейно-оптические принципы обработки информации, затем была формализована для общего случая в рамках векторного подхода к описанию нейронов.

Если, как уже отмечалось выше, традиционная модель Хопфилда (т. е. модель с бинарными элементами и плотным кодированием) может эффективно запомнить сравнительно небольшое число паттернов, а именно, порядка  $0.14N$ , где  $N$  — число элементов в сети (в случае разреженного кодирования этот показатель может быть существенно выше), то в моделях с  $q$ -нарным нейроном, особенно в параметрической нейронной сети, данный показатель удается существенно превзойти, в частности, число запоминаемых паттернов может превышать число нейронов в два и более раз, при этом обеспечивается высокая вероятность правильного восстановления сильно зашумленных паттернов.

5. Как уже отмечалось выше, все семь лекций Школы 2003 года были посвящены различным аспектам проблемы моделирования интеллектуальных процессов и систем.

Проблема моделирования процессов и систем «стара как мир», она существует столько же лет, сколько и сама наука. Как сказано в известной книге *Леннарта Льюнга* (см. [14], с. 15): «Формирование моделей на основе результатов наблюдений и исследование их свойств — вот, по существу, основное содержание науки<sup>3</sup>. Модели (“гипотезы”, “законы природы”, “парадигмы” и т. п.) могут быть более или менее формализованными, но все обладают той главной особенностью, что связывают наблюдения в некую общую картину».

---

<sup>3</sup>Иными словами — «извлечение идей» (сущностей, как называл идеи *Платон*) из объектов и систем материального мира; с другой стороны, науку можно описать также и как деятельность, направленную на объективизацию, «материализацию» сущностей.

Одному из новейших и перспективных подходов к построению математических моделей непосредственно из наблюдений, из данных эксперимента, посвящена лекция **Н. Г. Макаренко** «Эмбедология и нейропрогноз».

В ней изучается случай, когда есть результаты наблюдений за некоторым объектом, причем эти результаты представлены в виде скалярного временного ряда, как это чаще всего и бывает на практике.

В традиционной трактовке принято считать временной ряд<sup>4</sup> дискретным случайным процессом (точнее, наблюдаемой конечной реализацией дискретного случайного процесса), анализ которого осуществляется методами теории вероятностей и математической статистики.

В последние 15–20 лет анализ временных рядов стал одной из наиболее активно развиваемых областей теории вероятностей и математической статистики, имеющей многочисленные приложения в физике, технике, экономике, социологии, биологии, лингвистике, т. е. в тех областях, где приходится иметь дело со стохастическими стационарными рядами наблюдений, или же с рядами наблюдений, отличающихся от стационарных легко выделяемым трендом, периодическими составляющими и т. п.

Практически для всех вариантов статистического подхода характерно то, что ответом в них будет некая *функция*, более или менее «хорошо» описывающая исходные экспериментальные данные.

Зададимся, однако, вопросом — а что явилось источником<sup>5</sup> анализируемого временного ряда? Вполне логичным представляется предположение, вводимое в лекции *Н. Г. Макаренко*, о том, что «... отсчеты ряда являются нелинейной проекцией движения фазовой точки некоторой динамической системы, продуцирующей ряд. . .»

Если встать на эту точку зрения, то намного более привлекательным (с точки зрения потенциально достижимых прикладных результатов) выглядит подход, позволяющий «восстановить» не просто одну фазовую траекторию (реализацию временного ряда), полученную для конкретных начальных условий и возмущений «продуцирующей системы», как это имеет место в статистических подходах, но попытаться восстановить «природу»

---

<sup>4</sup> Понятие *временного ряда* не обязательно связано с процессами, развертывающимися во времени; в качестве независимой переменной  $t$  может быть взята, например, некоторая пространственная координата.

<sup>5</sup> Заметим, что в традиционных методах анализа вопрос о природе источника вообще не имеет смысла. Это происходит потому, что ответ на него обычно заложен уже в самом методе. Так, Фурье-анализ временного ряда сразу предполагает полигармоническую модель источника.

этой системы, т. е. ее динамическое описание, диффеоморфизм, отвечающий (по-возможности) *всем* временным рядам, которые могли бы быть порождены исследуемой системой-оригиналом при всех возможных значениях начальных условий и возмущающих воздействий.

Надежда на успешное решение такого рода задач появилась после публикации Ф. Такенсом в 1981 году статьи<sup>6</sup>, где доказывалась *теорема о типичном вложении временного ряда* в  $n$ -мерное евклидово пространство. В лекции Н. Г. Макаренко отмечается: «Так возник новый способ построения модели из наблюдаемого сигнала (или реализации), который тут же инициировал совершенно новую область численных методов топологической динамики — *эмбедологию*<sup>7</sup>». И далее: «С ее помощью наконец-то удалось подойти к проблеме моделирования динамики с “правильного конца”: модель начиналась с “ответа” — наблюдений, а затем ставился “правильный” вопрос: что их продуцирует?»

Лекция Н. Г. Макаренко как раз и посвящена изложению основных идей эмбедологии — этого многообещающего подхода, который приводит к получению многомерного варианта авторегрессионного прогноза временных рядов.

Здесь следует отметить, что «стандартный» авторегрессионный прогноз (см., например, [25]) основан на линейной комбинации прошлых значений. «Предсказательные возможности» прогноза можно, очевидно, повысить, если перейти от использования линейной комбинации к некоторой нелинейной функции. Именно такой подход и осуществляется в рамках эмбедологии. Поиск предиктора при этом сведен к проблеме аппроксимации функции нескольких переменных с использованием искусственной нейронной сети.

При определенных условиях, подробно обсуждаемых в лекции, эмбедология позволяет: из временного ряда восстановить фазовый портрет неизвестной системы, порождающей ряд; оценить размерность аттрактора и стохастичность системы; восстановить (хотя и не всегда) уравнения системы; реализовать нелинейную схему прогноза; обнаружить и оценить взаимодействие двух систем.

По материалу лекции Н. Г. Макаренко можно рекомендовать для ознакомления помимо тех источников, что указаны в списке литературы к лекции, еще и книги: [16–23], а также его лекцию на Школе 2002 года [15].

---

<sup>6</sup>Ссылка на нее есть в списке литературы к лекции Н. Г. Макаренко.

<sup>7</sup>Название данной области происходит от английского термина *embedology*, который произошел, в свою очередь, от названия теоремы Такенса: *embedding theorem*.

Кроме того, довольно много публикаций (статей, препринтов и т. п.) можно найти в библиотеке ResearchIndex [72], если задать, например, поиск по терминам “embedding theorem”, “Takens theorem”.

**6.** В лекции «Введение в байесовы сети» **С. А. Терехов** возвращается к теме, лишь вскользь затронутой им в лекции на Школе 2002 года [24] при обсуждении подходов к аппроксимации плотности распределения вероятности в рамках задачи информационного моделирования.

Моделирование интеллектуальных процессов, создание интеллектуальных систем различного назначения в рамках как парадигмы искусственно-го интеллекта, так и парадигмы мягких вычислений<sup>8</sup>, всегда существенно опиралось на понятие неопределенности, понимаемой традиционно как неопределенность *невероятностного* характера (нечеткость, недоопределенность, неполнота, неточность и т. п.). Отношение к неопределенности вероятностного типа в ИИ- и МВ-сообществе стало меняться в последние 10–15 лет и произошло это вследствие появления *байесовых сетей*<sup>9</sup> — графических моделей для представления неопределенностей и взаимосвязей между ними.

В математическом плане байесова сеть представляет собой ориентированный ациклический граф специального вида. Каждая вершина в нем отвечает некоторой переменной из решаемой задачи, распределение вероятностей для которой интерпретируется как «значение ожидания» (belief value)<sup>10</sup>, а каждая дуга — как зависимость между переменными-вершинами, численно выражаемая таблицей условных вероятностей.

Можно соглашаться или не соглашаться с оценкой степени значимости

<sup>8</sup>Согласно первоначальному определению *мягких вычислений* (МВ), которое дал Л. Заде ([28, 29]; см. также о развитии этого направления в [28, 29]), в перечень дисциплин, объединяемых в составе МВ, традиционный искусственный интеллект (ИИ) как область, где изучаются проблемы представления, извлечения и использования знаний, не входил. Однако, к настоящему времени грань между МВ и ИИ все больше размывается и их вместе можно считать «расширенным ИИ» или «расширенными МВ».

<sup>9</sup>Первооткрывателем модели, получившей впоследствии наименование «байесова сеть», был американский статистик *С. Райт* (*S. Wright*), предложивший соответствующую модель в 1921 году (ссылка на его работу есть в списке литературы к лекции *С. А. Терехова*). Как это часто бывало в истории науки, данную модель несколько раз «переоткрывали», давая ей различные имена: сети причинности (causal nets), сети вывода (inference nets), сети ожиданий (belief networks), диаграммы влияния (influence diagrams).

<sup>10</sup>Belief — слово многозначное, в контексте байесовых сетей (и шире — систем ИИ) может переводиться как «ожидание» (ожидание того, что произойдет то или иное событие), «вера», «доверие», означая при этом степень ожидания (веры, уверенности) в том, что произойдет то или иное событие.

байесовых сетей как «самой революционной технологии десятилетия в области ИИ»<sup>11</sup>, но то, что это область, потенциально богатая приложениями, едва ли подлежит сомнению.

Примеры таких приложений, приводимые в лекции С. А. Терехова, не исчерпывают, разумеется, всех уже имеющихся на сегодняшний день. Ряд примеров применений байесовых сетей рассматривается в тематическом выпуске журнала “Communications of the ACM” [30] — это отладка и сопровождение компьютерных программ, поиск информации в базах данных, задачи диагностики систем различного назначения и многое другое. Еще несколько примеров применений содержится в статьях [31] — автоматическое формирование тезауруса в информационных системах [32, 33] — распознавание и анализ изображений.

Байесовы сети тесно связаны с другими сетевыми моделями, в том числе и с нейросетевой моделью. В частности, в лекции С. А. Терехова указывается на взаимосвязи байесовых сетей и нейронных сетей со встречным распространением (Counter-Propagation Network). Еще один вариант такого рода взаимосвязи — с нейросетевой соревновательной архитектурой (WTA-архитектурой)<sup>12</sup> приводится в работе [34].

Много информации по байесовым сетям можно найти в цифровой библиотеке ResearchIndex [72], если запросить публикации по темам *Bayesian network (net)*, *belief network (net)*, *inference network (net)*.

Популярное изложение материала о байесовых сетях, а также пакет расширения (Bayes Net Toolbox) для системы Matlab содержится по адресам, указанным в позиции [35] списка литературы к предисловию.

Изложение вероятностно-статистического аппарата, используемого при работе с байесовыми сетями, можно найти в книгах [25–27].

**7.** В лекции А. А. Ежова «Некоторые проблемы квантовой нейротехнологии» обсуждаются возможные взаимосвязи нейротехнологии с быстро развивающейся областью *квантовых вычислений*.

Квантовые вычисления, квантовые нейронные сети постоянно присутствуют в перечне тем, обсуждаемых на конференциях «Нейроинформатика». До сих пор эта тематика была представлена только докладами (пленарным, секционными, на Рабочем совещании [36]), теперь же она излагается в виде лекции на Школе-семинаре.

---

<sup>11</sup>Такая оценка — со ссылкой на мнение Билла Гейтса — приводилась С. А. Тереховым в его лекции на Школе 2002 года [24].

<sup>12</sup>WTA — Winner-Take-All, «победитель забирает все».

Цель лекции — попытаться дать ответ на вопрос о том, какой может быть квантовая нейротехнология, каковы ее связи с квантовыми вычислениями и квантовыми компьютерами.

Обобщение нейронных технологий на квантовую область заставляет искать также ответы и на такие вопросы: какие нейросетевые модели можно назвать квантовыми, каковы перспективы квантовой нейротехнологии, чем отличается квантовая нейротехнология от квантовых вычислений?

Изложению этого круга вопросов, а также неизбежно сопутствующих им проблем квантовой механики (интерференция, запутанность квантовых состояний, многомировая интерпретация квантовой механики и др.) и посвящена лекция А. А. Ежова.

Вначале в ней кратко излагаются необходимые понятия и сведения, связанные с квантовыми вычислениями. Затем обсуждается роль запутанности и интерференции в квантовых вычислениях, а также многомировая интерпретация квантовой механики применительно к квантовым вычислениям. После этого приводятся соображения о возможной природе нейросетевых систем, которые можно было бы назвать квантовыми. И, наконец, обсуждается проблема создания квантовых компьютеров для применения их в физическом моделировании, в которых значительную роль могут сыграть квантовые нейронные системы.

Подробный обзор результатов исследований в области квантовых вычислений и квантовых компьютеров (касающийся как теоретических результатов, так и возможных аппаратных реализаций) по состоянию на 2000 год приводится в книге [37].

По теме лекции А. А. Ежова, кроме книги [37] и книги [40], а также публикаций, содержащихся в списке литературы к лекции, можно указать также следующие источники. Издательством «Регулярная и хаотическая динамика» (РХД) выпускается серия сборников «Квантовый компьютер и квантовые вычисления» (см. [38, 39]); этим же издательством выпускается журнал «Квантовый компьютер и квантовые вычисления». По тематике квантовых вычислений издательством «РХД» выпущены также книги [41, 42]. Понимание идей, которые положены в основу квантовых вычислений, существенно облегчается, если знать историю возникновения и развития основных понятий и концепций квантовой механики. Для знакомства с этим кругом вопросов можно рекомендовать книги [41, 43, 44].

Много публикаций по тематике квантовых вычислений, квантовых нейронных сетей и смежным вопросам можно найти в цифровом архиве arXiv.org e-Print archive [73].

8. В определенной степени к тематике лекции А. А. Ежова примыкает и лекция А. Ю. Хренникова «Классические и квантовые модели мышления, основанные на  $p$ -адическом представлении информации». Она дает еще один, существенно отличающийся от других, взгляд на проблему математического моделирования процессов и систем.

Эта лекция посвящена изучению возможностей решения такой важнейшей проблемы, как математическое моделирование сознания и когнитивных процессов.

Результаты нейрофизиологических и психологических исследований позволяют говорить об иерархической структуре когнитивных процессов. В качестве одного из возможных перспективных подходов к математическому моделированию таких процессов предлагается использовать  $p$ -адические иерархические деревья.

Модели, рассматриваемые в лекции А. Ю. Хренникова, основаны на математическом аппарате, сравнительно мало известном в нейроинформационном сообществе. В связи с этим, целесообразно дать некоторые пояснения, облегчающие понимание материала лекции.

Для физических процессов, протекающих в пространстве и во времени, математической моделью физического пространства принято обычно<sup>13</sup> считать вещественное евклидово трехмерное пространство (псевдоевклидово четырехмерное — для случая пространства-времени<sup>14</sup>). Пространственно-временные координаты при этом задаются обычно вещественными (действительными) числами.

Такие представления привычны, но всегда ли они будут соответствовать физической реальности? Другими словами, во всех ли случаях можно считать евклидово пространство «хорошей» моделью физического пространства? Чтобы ответить на этот вопрос, надо проверить, как отвечают реальности соответствующие геометрические аксиомы, достаточно известные еще из школьного курса геометрии.

<sup>13</sup> «Обычно» здесь надо трактовать как «из опыта человеческой деятельности», протекающей, большей частью, в макромире.

<sup>14</sup> *Евклидово пространство* является непосредственным обобщением обычного трехмерного пространства. Для двух векторов («точек») этого пространства  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  и  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$ , заданных своими декартовыми координатами, может быть определено скалярное произведение  $(\mathbf{x}\mathbf{y}) = (x_1y_1, \dots, x_ny_n)$ , удовлетворяющее ряду условий, в числе которых условие  $(\mathbf{x}\mathbf{x}) \geq 0$ ,  $(\mathbf{x}\mathbf{x}) = 0$  лишь при  $\mathbf{x} = 0$  (положительная определенность). Число  $|\mathbf{x}| = \sqrt{(\mathbf{x}\mathbf{x})}$  называется *нормой* (или *длиной*) вектора  $\mathbf{x} = 0$ . Пространство, в котором нарушено условие положительной определенности, называется *псевдоевклидовым пространством*.

Одна из них — *аксиома Архимеда*, в которой речь идет о двух отрезках,  $A$  и  $B$ ,  $A < B$ , отложенных на прямой линии и имеющих начало в одной точке. Согласно данной аксиоме, если последовательно откладывать меньший отрезок  $A$  вдоль прямой, то в конце концов мы выйдем за пределы отрезка  $B$ , или, более формально, для данной величины имеет место аксиома Архимеда, если для любых двух значений  $A$  и  $B$ ,  $A < B$ , этой величины *всегда* можно найти целое число  $m$  такое, что  $Am > B$ .

По существу, аксиома Архимеда описывает процедуру измерения, постулируя при этом возможность измерять сколь угодно малые расстояния.

Однако, из квантовой теории известно, что принципиально невозможно измерять длины, меньшие так называемой *планковской длины* (величина ее порядка  $10^{-33}$  см). Значит, в реальном физическом пространстве условия аксиомы Архимеда будут выполняться не всегда, пределы ее применимости устанавливаются существованием планковской длины. Но из этого сразу же следует, что и геометрия обычного евклидова пространства<sup>15</sup> не может считаться адекватной свойствам реального физического пространства в случаях, относящихся к миру, где характерные размеры — величины «квантового» порядка малости.

Как уже отмечалось выше, координаты в евклидовом пространстве описываются вещественными числами. Между геометрическим и аналитическим (с помощью чисел) описаниями существует тесная взаимосвязь. Поэтому, если приходится признать, что евклидова геометрия перестает «работать» в микромире, то, следовательно, придется признать неправомерным и использование вещественных чисел в качестве средства аналитического описания закономерностей в микромире. В этом случае требуется привлекать какую-то другую числовую систему.

Можно ли построить такую числовую систему и на каких принципах она могла бы основываться? Отправной точкой здесь могли бы послужить следующие соображения.

Общепринята<sup>16</sup> убежденность в возможности получить для измеряемой величины сколь угодно много знаков после запятой, проводя измерения со все большей точностью. Эта убежденность, однако, основана на

<sup>15</sup>Варианты геометрий, опирающиеся на аксиому Архимеда и отрицающие ее, правильнее было бы именовать собирательно «архимедовы геометрии» и «неархимедовы геометрии», соответственно. В рассматриваемом контексте это обеспечивало бы более точную расстановку смысловых акцентов. Однако, если второй из этих двух терминов уже вполне устоялся, то первый едва ли можно назвать общепотребительным.

<sup>16</sup>В смысле примечания 13 на странице 15.



идеализации, которую можно считать верной лишь до того предела, что устанавливается существованием планковской длины. Другими словами, есть предельное *конечное* число «знаков после запятой», которое можно получить в любом физическом эксперименте, с *бесконечным* числом «знаков после запятой» в измеряемых величинах не приходится иметь дело никогда.

Но, как известно, вещественные числа разделяются на рациональные и иррациональные. Рациональные числа могут быть представлены в виде дроби  $p/q$ , где  $p$  и  $q$  — целые,  $q \neq 0$ , либо в виде конечной или бесконечной десятичной периодической дроби. Иррациональные же числа представимы только в виде бесконечной десятичной непериодической дроби.

Именно иррациональные числа оказываются «под запретом» в случаях, когда существенными оказываются ограничения, основанные на планковской длине; правомерность использования рациональных чисел при этом особых сомнений не вызывает<sup>17</sup>.

Однако просто «запретить» иррациональные числа нельзя, одних рациональных чисел для целей моделирования физической реальности недостаточно. В самом деле, всякое иррациональное число можно заключить между двумя рациональными числами, одно из которых меньше, а другое — больше рассматриваемого иррационального числа. При этом разность между данной парой рациональных чисел может быть сделана сколь угодно малой<sup>18</sup>, т. е. множество рациональных чисел является плотным в множестве вещественных чисел, но оно, однако, не обладает свойством *непрерывности* (полноты). Потеря непрерывности<sup>19</sup> — это, по-видимому, слишком высокая плата за строгое соответствие аппарата рациональных чисел нашим «измерительным возможностям». Следовательно, надо найти альтернативный вариант пополнения множества рациональных чисел, который не опирался бы на аксиому Архимеда.

И такой вариант существует. Он основывается на  $p$ -адических числах, введенных К. Гензелем в конце XIX века.

При построении аппарата  $p$ -адических чисел уточняется понятие *нормы*

<sup>17</sup>Точно так же, как, по-видимому, не вызывает сомнений обоснованность использования вещественных чисел и евклидовой геометрии в макромире.

<sup>18</sup>Если отвлечься опять от существования планковской длины.

<sup>19</sup>Хотя это тоже идеализация, не имеющая «природных» аналогов, если верна гипотеза о дискретной (квантованной) структуре пространственно-временного мира в области малых масштабов. По поводу обоснованности различного рода идеализаций, привлекаемых в ходе построения математических моделей, см. также [45].

на множестве рациональных чисел, являющееся аналитическим аналогом геометрического понятия *расстояния*. Вводится  $p$ -адическая норма, которая в качестве частного случая включает в себя «обычную» норму. При этом пополнение множества рациональных чисел по обычной норме приводит к множеству вещественных чисел, а пополнение его по  $p$ -адической норме — к множествам  $p$ -адических чисел (каждому простому числу  $p$  будет отвечать свое  $p$ -адическое множество).

Тогда, если вещественным числам отвечает евклидово («архимедово») пространство, то  $p$ -адическим числам — так называемые *неархимедовы пространства*.

Специфика  $p$ -адической нормы обуславливает необычность свойств неархимедовых пространств в сравнении с евклидовым пространством. Например, в неархимедовой геометрии все треугольники — равнобедренные, два разных шара не могут частично пересекаться — они либо не имеют общих точек, либо один из них целиком содержится в другом и т. д.

Наряду с чисто математической ролью  $p$ -адических чисел, основанного на них  $p$ -адического анализа, неархимедовой геометрии, начиная примерно с 70-х гг. XX века все более широко осуществляется внедрение данного аппарата в физику и другие естественные науки.

К сожалению, литература на русском языке по  $p$ -адическим числам,  $p$ -адическому анализу, их возможным применениям, небогата — это книги [46, 47], именно им, в основном, следует изложение материала, представленного выше.

О перспективах применения  $p$ -адических чисел и  $p$ -адического анализа в физике и других науках в [47] (см. с. 11) сказано следующее: «Итак, мы приходим к следующей картине. В основе фундаментальной физической теории должны лежать рациональные числа, на очень малых расстояниях важную роль должны играть  $p$ -адические числа, а на больших — вещественные. Это приводит к необходимости переработки основ математической и теоретической физики, начиная с классической механики и кончая теорией струн, с использованием теории чисел,  $p$ -адического анализа, алгебраической геометрии ⟨. . .⟩ Неархимедова геометрия и  $p$ -адический анализ применяются в физике не только для описания геометрии на малых расстояниях, но и в рамках традиционной теоретической физики для описания сложных систем типа спиновых стекол или фракталов. Мы находимся только в начале  $p$ -адической математической физики. Мы надеемся, что  $p$ -адические числа найдут применение в таких областях, как теория турбулентности, биология, динамические системы, компьютеры. пробле-

мы передачи информации, криптография и других естественных науках, в которых изучаются системы с хаотическим фрактальным поведением и иерархической структурой».

К сказанному можно добавить, что спиновые стекла, как известно, являются моделью, которая привела к появлению сетей Хопфилда. Один из видов взаимосвязей фрактальной геометрии с нейросетевой тематикой был хорошо показан в лекции *Н. Г. Макаренко* на Школе 2002 года [15]. Есть уже и примеры построения  $p$ -адических нейросетей (см., например, [48, 49]).

Таким образом, даже беглый взгляд обнаруживает сразу же области пересечения  $p$ -адического анализа с теорией нейронных сетей и смежными с ней областями.

Важность математики, основанной на  $p$ -адическом анализе, для перспектив информатики вообще и нейроинформатики, в частности, обусловлена по крайней мере такими тремя причинами:

- переходом от микротехнологий к нанотехнологиям и дальше в направлении уменьшения характерных размеров элементов электронных, оптических, опто-электронных и других устройств; еще немного<sup>20</sup>, и эти устройства на низшем уровне «алгоритмики» будут работать на уровне атома и ниже;
- развитием исследований и разработок в области квантовых вычислений;
- возможностью использовать  $p$ -адическую топологию для описания иерархической структуры когнитивной информации.

Как уже отмечалось,  $p$ -адический подход может быть применен не только в физике для описания геометрии на малых расстояниях, но существенно шире — и в физике, и в других естественных науках как аппарат математического моделирования сложных систем. Именно к этому направлению относится материал лекции *А. Ю. Хренникова*, где основной упор делается на  $p$ -адическую топологизацию мыслительных процессов. В предлагаемой им математической модели ментальное пространство реализуется как  $p$ -адическое пространство. В каком-то смысле это — аналог классического пространства-времени. На этом ментальном конфигурационном пространстве развивается вероятностная модель мышления. Здесь предполагается, что мозг способен оперировать с вероятностными распределениями на  $p$ -

---

<sup>20</sup> Может быть эта оценка («немного») и чрезмерно оптимистична, но не считаться с такой тенденцией нельзя.

адических деревьях. В мозге такие деревья могут состоять из иерархических цепей нейронов.

В основе модели лежит фундаментальное предположение о квантовых вероятностных законах преобразования когнитивной информации. Важнейшим квантовым отличием является возможность интерференции вероятностей. Однако *А. Ю. Хренников* отнюдь не пытается свести мыслительные процессы к квантовым процессам в микромире. Более того он считает, что такая редукция в принципе невозможна. В частности, использование  $p$ -адических чисел в его когнитивной модели не имеет ничего общего с идеями об использовании этих чисел для описания пространства времени на планковских расстояниях. В течение последних лет *А. Ю. Хренников* развивал так называемый контекстуальный подход к квантовым вероятностям. В контекстуальной квантовой модели (она может быть связана с физическими, биологическими, социальными системами) интерференция вероятностей не связана напрямую с планковской шкалой.

Материалы, связанные с тематикой лекции *А. Ю. Хренникова*, в том числе по различным аспектам  $p$ -адического подхода, можно найти в библиотеках [72] и [73].

**9.** В лекции **Ю. И. Нечаева** «Математическое моделирование в бортовых интеллектуальных системах реального времени» обсуждается еще один подход к моделированию процессов и систем — применительно к разработке, испытаниям и функционированию в различных условиях эксплуатации бортовых интеллектуальных систем реального времени для динамических объектов (кораблей, самолетов, вертолетов).

На фоне лекций *Н. Г. Макаренко*, *А. А. Ежова* и *А. Ю. Хренникова*, где речь идет об использовании весьма нестандартного для современной нейроинформатики, пока еще даже «экзотического», математического аппарата, лекция *Ю. И. Нечаева* может даже показаться традиционной по направленности, по используемому аппарату.

И она действительно более традиционна в той степени, в которой можно говорить о каких-либо устоявшихся традициях в такой молодой области, как *интеллектуальное управление* динамическими системами различного назначения.

Следует уточнить смысл, в котором здесь понимается термин «интеллектуальное управление». Будем трактовать его в соответствии с определением, предложенным техническим комитетом по интеллектуальному управлению Общества специалистов по системам управления (IEEE Control

Systems Society).

Согласно данному определению, наиболее общим требованием к интеллектуальным системам управления является то, что они должны быть в состоянии воспроизводить такие человеческие умения и способности, как планирование поведения, обучение и адаптация. Особенно важны в этом перечне способности к обучению и адаптации.

Интеллектуальное управление — это область комплексных, междисциплинарных исследований. В последние годы выработалась точка зрения, согласно которой область интеллектуального управления базируется, с одной стороны, на идеях, методах и средствах традиционной теории управления, а с другой — на заделе, накопленном в ряде нетрадиционных (для задач управления) областей, истоки которых лежат в различного рода психологических и биологических метафорах (искусственные нейронные сети, нечеткая логика, искусственный интеллект, генетические алгоритмы, различного рода процедуры поиска, оптимизации и принятия решений в условиях неопределенности).

В русле данного направления, активно развивающегося в последнее десятилетие, следует и лекция *Ю. И. Нечаева*, в этом и состоит ее «традиционность», упомянутая выше. В лекции продолжено рассмотрение темы, начатой на прошлой Школе (см. [50]), связанной с бортовыми интеллектуальными системами реального времени, включая такие важные вопросы, как управление динамическим объектом, идентификация экстремальных ситуаций, оценка параметров динамического объекта и внешней среды. При этом в лекции, представленной в данном сборнике, акцент смещен на задачи математического моделирования, решение которых необходимо для обеспечения управления сложными динамическими объектами в быстротекающих процессах их взаимодействия с внешней средой. Задача математического моделирования трактуется при этом как задача работы со знаниями, включая такие ее аспекты, как формализация знаний, их извлечение, организация работы с ними. Основным при этом является комбинированный подход, объединяющий нечеткие и нейросетевые технологии, используются также подходы, основанные на принципе нелинейной самоорганизации, а также традиционные методы математического моделирования.

Целесообразность применения данной совокупности средств демонстрируется на примерах решения конкретных задач.

Дополнительные сведения по затронутым в лекции *Ю. И. Нечаева* вопросам можно получить в следующих источниках: по системам, осно-

ванным на знаниях — в [59–61]; по нечеткой логике, нечетким системам — в [55–58]; по нейросетевым технологиям — в [8–11, 60]; по смешанным технологиям мягких вычислений — в [53, 54]; по информационной обработке и управлению на основе технологий мягких вычислений — в [62–70]. Значительное число программ и публикаций по таким темам, как искусственные нейронные сети, нечеткие системы, генетические алгоритмы, а также их применениям можно найти через портал научных вычислений, адрес которого содержится в позиции [71] списка литературы к предисловию.

\* \* \*

Как это уже было в [1–3]), помимо традиционного списка литературы каждая из лекций сопровождается списком интернетовских адресов, где можно найти информацию по затронутому в лекции кругу вопросов, включая и дополнительные ссылки, позволяющие расширить, при необходимости, зону поиска.

Кроме этих адресов, можно порекомендовать еще такой уникальный источник научных и научно-технических публикаций, как цифровая библиотека **ResearchIndex** (ее называют также **CiteSeer**, см. позицию [72] в списке литературы в конце предисловия). Эта библиотека, созданная и развиваемая отделением фирмы NEC в США, на конец 2002 года содержала около миллиона публикаций, причем это число постоянно и быстро увеличивается за счет круглосуточной работы поисковой машины.

Каждый из хранимых источников (статьи, препринты, отчеты, диссертации и т. п.) доступен в полном объеме в нескольких форматах (PDF, PostScript и др.) и сопровождается очень подробным библиографическим описанием, включающим, помимо данных традиционного характера (авторы, заглавие, место публикации и/или хранения и др.), также и большое число ссылок-ассоциаций, позволяющих перейти из текущего библиографического описания к другим публикациям, «похожим» по теме на текущую просматриваемую работу. Это обстоятельство, в сочетании с весьма эффективным полнотекстовым поиском в базе документов по сформулированному пользователем поисковому запросу, делает библиотеку **ResearchIndex** незаменимым средством подбора материалов по требуемой теме.

Перечень проблем нейроинформатики и смежных с ней областей, требующих привлечения внимания специалистов из нейросетевого и родственных с ним сообществ, далеко не исчерпывается, конечно, вопросами, рассмотренными в предлагаемом сборнике, а также в сборниках [1–3].

В дальнейшем предполагается расширение данного списка за счет рассмотрения насущных проблем собственно нейроинформатики, проблем «пограничного» характера, особенно относящихся к взаимодействию нейросетевой парадигмы с другими парадигмами, развиваемыми в рамках концепции мягких вычислений, проблем использования методов и средств нейроинформатики для решения различных классов прикладных задач. Не будут забыты и взаимодействия нейроинформатики с такими важнейшими ее «соседями», как нейробиология, нелинейная динамика (синергетика — в первую очередь), численный анализ (вейвлет-анализ и др.) и т.п.

Замечания, пожелания и предложения по содержанию и форме лекций, перечню рассматриваемых тем и т.п. просьба направлять электронной почтой по адресу [tium@mai.ru](mailto:tium@mai.ru) Тюменцеву Юрию Владимировичу.

### Литература

1. *Лекции по нейроинформатике*: По материалам Школы-семинара «Современные проблемы нейроинформатики» // III Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2001», 23–26 января 2001 г. / Отв. ред. Ю. В. Тюменцев. – М.: Изд-во МИФИ, 2001. – 212 с.
2. *Лекции по нейроинформатике*: По материалам Школы-семинара «Современные проблемы нейроинформатики» // IV Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2002», 23–25 января 2002 г. / Отв. ред. Ю. В. Тюменцев. Часть 1. – М.: Изд-во МИФИ, 2002. – 164 с.
3. *Лекции по нейроинформатике*: По материалам Школы-семинара «Современные проблемы нейроинформатики» // IV Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2002», 23–25 января 2002 г. / Отв. ред. Ю. В. Тюменцев. Часть 2. – М.: Изд-во МИФИ, 2002. – 172 с.
4. Hopfield J.J. Neural network and physical systems with emergent collective computational abilities // *Proceedings of the National Academy of Science, USA*. – 1982. – 79. – pp. 2554–2558.
5. Abu-Mostafa Y.S., St. Jacques J. Information capacity of the Hopfield model // *IEEE Trans. on Information Theory*. – 1985. – v. 31, No. 4. – pp. 461–464.
6. Доценко Вик. С., Иоффе Л. Б., Фейгельман М. В., Цодыкс М. В. Статистические модели нейронных сетей // В кн.: Итоги науки и техники. Серия «Физические и математические модели нейронных сетей». Том 1. Часть I. «Спиновые стекла и нейронные сети» / Ред.: А. А. Веденов. – М.: ВИНТИ, 1990. – с. 4–43.
7. Веденов А. А., Ежов А. А., Левченко Е. Б. Архитектурные модели и функции нейронных ансамблей // В кн.: Итоги науки и техники. Серия «Физические и

- математические модели нейронных сетей». Том 1. Часть I. «Спиновые стекла и нейронные сети» / Ред.: А. А. Веденов. – М.: ВИНТИ, 1990. – с. 4–43.*
8. *Нейрокомпьютер как основа мыслящих ЭВМ: Сб. науч. статей / Отв. ред. А. А. Фролов и Г. И. Шульгина. – М.: Наука, 1993. – 239 с.*
  9. *Горбань А. Н., Россиев Д. А. Нейронные сети на персональном компьютере. – Новосибирск: Наука, 1996. – 276 с.*
  10. *Уоссерман Ф. Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика: Пер. с англ. – М.: Мир, 1992. – 240 с.*
  11. *Ежов А. А., Шумский С. А. Нейрокомпьютинг и его приложения в экономике и бизнесе. – М.: МИФИ, 1998. – 222 с.*
  12. *Fonarev A., Kryzhanovsky B. V. et al. Parametric dynamic neural network recognition power // Optical Memory and Neural Networks. – 2001. – v. 10, No. 4, pp. 31–48.*
  13. *Крыжановский Б. В., Микаэлян А. Л. О распознающей способности нейросети на нейронах с параметрическим преобразованием частот // ДАН (мат.-физ.), т. 65(2), с. 286–288 (2002).*
  14. *Льюнг Л. Идентификация систем: Теория для пользователя: Пер. с англ. под ред. Я. З. Цыпкина. – М.: Наука, 1991. – 432 с.*
  15. *Макаренко Н. Г. Фракталы, аттракторы, нейронные сети и все такое // В сб.: «Лекции по нейроинформатике». Часть 2. – М.: Изд-во МИФИ, 2002. – с. 121–169.*
  16. *Борисович Ю. Г., Близняков Н. М., Израилевич Я. А., Фоменко Т. Н. Введение в топологию. 2-е изд., доп. Под ред. С. П. Новикова. – М.: Наука, 1995. – 416 с.*
  17. *Милнор Дж., Уоллес А. Дифференциальная топология: Начальный курс. Пер. с англ. А. А. Блохина и С. Ю. Аракелова под ред. Д. В. Аносова. – М.: Мир, 1972. – 304 с. (Серия «Современная математика: Популярная серия»)*
  18. *Стинрод Н., Чинн У. Первые понятия топологии: Геометрия отображений отрезков, кривых, окружностей и кругов. Пер. с англ. И. А. Вайнштейна с предисл. И. М. Яглома. – М.: Мир, 1967. – 224 с. (Серия «Современная математика: Популярная серия»)*
  19. *Николис Дж. Динамика иерархических систем: Эволюционное представление: Пер. с англ. Ю. А. Данилова. Предисл. Б. Б. Кадомцева. – М.: Мир, 1989. – 488 с.*
  20. *Неймарк Ю. И., Ланда П. С. Стохастические и хаотические колебания. – М.: Наука, 1987. – 424 с.*
  21. *Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. – М.: Мир, 1984. – 528 с.*
  22. *Лоскутов А. Ю., Михайлов А. С. Введение в синергетику. – М.: Наука, 1990. – 272 с.*



23. *Анищенко В. С.* Сложные колебания в простых системах: Механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах. – М.: Наука, 1990. – 312 с.
24. *Терехов С. А.* Нейросетевые аппроксимации плотности распределения вероятности в задачах информационного моделирования // В сб.: «Лекции по нейроинформатике». Часть 2. – М.: Изд-во МИФИ, 2002. – с. 94–120.
25. *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
26. *Боровков А. А.* Математическая статистика: Оценка параметров, проверка гипотез. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
27. *Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В., Турбин В. Ф.* Справочник по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Наука, 1985. – 640 с.
28. *Zadeh L. A.* Fuzzy logic, neural networks and soft computing // *Commun. ACM*, 1994, **37**, No. 3, pp. 77–84.
29. *Zadeh L. A.* From computing with numbers to computing with words – From manipulation of measurements to manipulation of perceptions // *IEEE Trans. on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*. – 1999. – v. 45, № 1. – pp.105–119.
30. Special Issue “*Uncertainty in AI*” // *Communications of the ACM*. – March 1995. – v. 38, No. 5. – pp. 26–57.  
[*Heckerman D., Wellman M. P.* Bayesian networks. – pp. 27–30.  
*Burnell L., Horvitz E.* Structure and chance: Melding logic and probability for software debugging. – pp. 31–41, 57.  
*Fung R., Del Favolo B.* Applying Bayesian networks to information retrieval. – pp. 42–48, 57.  
*Heckerman D., Breese J. C., Rommelse K.* Decision-theoretic troubleshooting. – pp. 49–57 ]
31. *Park Y. C., Choi K.-S.* Automatic thesaurus construction using Bayesian networks // *Information Processing & Management*. – 1996. – v. 32, No. 5. – pp. 543–553.
32. *Luttrell S. P.* Partitioned mixture distribution: An adaptive Bayesian network for low-level image processing // *IEE Proc. Vision, Image and Signal Processing*. – 1994. – v. 141, No. 4. – pp. 251–260.
33. *McMichael D. W.* Decision-theoretic approach to visual inspection using neural networks // *IEE Proc. Vision, Image and Signal Processing*. – 1994. – v. 141, No. 4. – pp. 223–229.
34. *Liu J., Desmarais M. C.* A method of learning implication networks from empirical data: Algorithm and Monte-Carlo simulation-based validation // *IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering*. – Nov./Dec. 1997. – v. 9, No. 6. – pp. 990–1004.

35. Bayes net toolbox for Matlab:  
URL: <http://www.cs.berkeley.edu/~murphyk/Bayes/bnt.html> A  
Brief Introduction to Graphical Models and Bayesian Networks:  
URL: <http://www.cs.berkeley.edu/~murphyk/Bayes/bayes.html>
36. Квантовые нейронные сети: Материалы рабочего совещания «Современные проблемы нейроинформатики» // 2-я Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2000», 19–21 января 2000 г.; III Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2001», 23–26 января 2001 г. / Отв. ред. А. А. Ежов. – М.: Изд-во МИФИ, 2001. – 104 с.
37. *Валиев К. А., Кокин А. А.* Квантовые компьютеры: Подходы и реальность. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 352 с.
38. Квантовые вычисления: За и против: Сб. статей: Пер. с англ. – Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет», 1999. – 212 с. – (Б-ка «Квантовый компьютер и квантовые вычисления», том I / Гл. ред. В. А. Садовничий)
39. Квантовый компьютер и квантовые вычисления: Сб. статей. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 1999. – 288 с. – (Б-ка «Квантовый компьютер и квантовые вычисления», том II / Гл. ред. В. А. Садовничий)
40. *Китаев А., Шень А., Вьялый М.* Классические и квантовые вычисления. – М.: МЦНМО; ЧеРо, 1999. – 192 с.
41. *Белокуров В. В., Тимофеевская О. Д., Хрусталева О. А.* Квантовая телепортация – обыкновенное чудо. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 256 с.
42. *Стин Э.* Квантовые вычисления: Пер. с англ. *И. Д. Пасынкова.* – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 112 с.
43. *Данин Д. С.* Неизбежность странного мира. – М.: Мол. гвардия, 1966. – 375 с. – (Серия «Эврика»)
44. *Пономарев Л. И.* Под знаком кванта. – М.: Наука, 1989. – 368 с.
45. *Блехман И. И., Мышкис А. Д., Пановко Я. Г.* Механика и прикладная математика: Логика и особенности приложений математики. 2-е изд., испр. и доп. – М.: Наука, 1990. – 360 с.
46. *Коблиц Н.*  $p$ -адические числа,  $p$ -адический анализ и дзета-функции. Пер. с англ. *В. В. Шокурова* под ред. *Ю. И. Манина.* – М.: Мир, 1982. – 192 с. (Серия «Современная математика: Вводные курсы»)
47. *Владимиров В. С., Волович И. В., Зеленев Е. И.*  $p$ -адический анализ и математическая физика. – М.: Наука, 1994. – 352 с.
48. *Khrennikov A., Tirozzi B.* Learning of  $p$ -adic neural networks // *Canadian Math. Soc. Proc. Series*, **29**, pp. 395–401 (2000).

49. *Albeverio S., Khrennikov A. Yu., Tirozzi B. p-adic Neural Networks // Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, **9**, No. 9, pp. 1417–1437 (1999).
50. *Нечаев Ю. И.* Нейросетевые технологии в бортовых интеллектуальных системах реального времени // В сб.: «Лекции по нейроинформатике». Часть 1. – М.: Изд-во МИФИ, 2002. – с. 114–163.
51. Special Issue “*Evolutionary Computations*” / Ed.: *David B. Fogel and Lawrence J. Fogel* // *IEEE Transactions on Neural Networks*. – January 1994. – v. 5, No. 1. – pp. 1–147.
52. Special Issue “*Genetic Algorithms*” / Eds.: *Anup Kumar and Yash P. Gupta* // *Computers and Operations Research*. – January 1995. – v. 22, No. 1. – pp. 3–157.
53. Special Issue “*Artificial Intelligence, Evolutionary Programming and Operations Research*” / Eds.: *James P. Ignizio and Laura I. Burke* // *Computers and Operations Research*. – June 1996. – v. 23, No. 6. – pp. 515–622.
54. Special Issue “*Neuro-Fuzzy Techniques and Applications*” Eds.: *George Page and Barry Gomm* // *Fuzzy Sets and Systems: Intern. J. of Soft Computing and Intelligence*. – Apr. 8, 1996. – v. 79, No. 1. – pp. 1–140.
55. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 165 с. (Серия «Новое в зарубежной науке: Математика», вып. 3 / Ред. серии *А. Н. Колмогоров и С. П. Новиков*)
56. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с франц. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
57. *Орловский С. А.* Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. – М.: Наука, 1981. – 208 с. (Серия «Оптимизация и исследование операций»)
58. Прикладные нечеткие системы / Под. ред. *Т. Тэрано, К. Асаи и М. Сугэно*: Пер. с япон. – М.: Мир, 1993. – 368 с.
59. *Нильсон Н.* Принципы искусственного интеллекта: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1985. – 376 с.
60. Компьютер обретает разум: Пер. с англ. Под ред. *В. Л. Стефанюка*. – М.: Мир, 1990. – 240 с.
61. Будущее искусственного интеллекта / Ред.-сост. *К. Е. Левитин и Д. А. Поспелов*. – М.: Наука, 1991. – 302 с.
62. Special Issue “*Fuzzy Information Processing*” / Ed.: *Dan Ralescu* // *Fuzzy Sets and Systems: Intern. J. of Soft Computing and Intelligence*. – Feb. 10, 1995. – v. 69, No. 3. – pp. 239–354.

63. Special Issue “*Fuzzy Signal Processing*” / Eds.: *Anca L. Ralescu* and *James G. Shanahan* // *Fuzzy Sets and Systems: Intern. J. of Soft Computing and Intelligence*. – Jan. 15, 1996. – v. 77, No. 1. – pp. 1–116.
64. Special Issue “*Fuzzy Multiple Criteria Decision Making*” / Eds.: *C. Carlsson* and *R. Fullér* // *Fuzzy Sets and Systems: Intern. J. of Soft Computing and Intelligence*. – March 11, 1996. – v. 78, No. 2. – pp. 139–241.
65. Special Issue “*Fuzzy Modelling*” / Ed.: *J. M. Barone* // *Fuzzy Sets and Systems: Intern. J. of Soft Computing and Intelligence*. – May 27, 1996. – v. 80, No. 1. – pp. 1–120.
66. Special Issue “*Fuzzy Optimization*” / Ed.: *J.-L. Verdegay* // *Fuzzy Sets and Systems: Intern. J. of Soft Computing and Intelligence*. – July 8, 1996. – v. 81, No. 1. – pp. 1–183.
67. Special Issue “*Fuzzy Methodology in System Failure Engineering*” / Ed.: *Kai-Yuan Cai* // *Fuzzy Sets and Systems: Intern. J. of Soft Computing and Intelligence*. – Oct. 8, 1996. – v. 83, No. 2. – pp. 111–290.
68. Special Issue “*Analytical and Structural Considerations in Fuzzy Modelling*” / Ed.: *A. Grauel* // *Fuzzy Sets and Systems: Intern. J. of Soft Computing and Intelligence*. – Jan. 16, 1999. – v. 101, No. 2. – pp. 205–313.
69. Special Issue “*Soft Computing for Pattern Recognition*” / Ed.: *Nikhil R. Pal* // *Fuzzy Sets and Systems: Intern. J. of Soft Computing and Intelligence*. – Apr. 16, 1999. – v. 103, No. 2. – pp. 197–367.
70. Special Issue “*Fuzzy Modeling and Dynamics*” / Eds.: *Horia-Nicolai Teodorescu*, *Abraham Kandel*, *Moti Schneider* // *Fuzzy Sets and Systems: Intern. J. of Soft Computing and Intelligence*. – Aug. 16, 1999. – v. 106, No. 1. – pp. 1–97.
71. Портал научных вычислений (Matlab, Fortran, C++ и т.п.)  
URL: <http://www.mathtools.net/>
72. NEC Research Institute CiteSeer (also known as ResearchIndex) – Scientific Literature Digital Library.  
URL: <http://citeseer.nj.nec.com/>
73. The Archive arXiv.org e-Print archive – Physics, Mathematics, Nonlinear Sciences, Computer Science.  
URL: <http://arxiv.org/>

Редактор материалов выпуска,  
кандидат технических наук **Ю. В. Тюменцев**

E-mail: [tium@mai.ru](mailto:tium@mai.ru)

**А. А. ЕЖОВ**

Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований,  
г. Троицк, Московская область  
**E-mail: ezhov@triniti.ru**

## **НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ КВАНТОВОЙ НЕЙРОТЕХНОЛОГИИ**

### **Аннотация**

В лекции обсуждаются возможные точки соприкосновения нейротехнологии с быстро развивающейся областью квантовых вычислений. Затрагиваются трудные вопросы, которые возникают на пути понимания того, какова может быть квантовая нейротехнология.

**A. A. EZHOV**

Troitsk Institute of Innovation and Fusion Research,  
Troitsk, the Moscow Region  
**E-mail: ezhov@triniti.ru**

## **SOME PROBLEMS OF QUANTUM NEURAL TECHNOLOGY**

### **Abstract**

Combining neural technology with rapidly growing field of quantum computing is considered. Some difficult questions related to understand possible forms of quantum neural technology are discussed.

## **Введение**

В последние несколько лет активно обсуждаются квантовые варианты классической нейросетевой технологии. Появились пока еще не очень многочисленные статьи и доклады на эту тему на конференциях по искусственным нейронным сетям, как международных (например, IJCNN'1999–2001), так и отечественных (Нейроинформатика–2000, 2001). На некоторых из них, в Атлантик-Сити (2000), Москве (2000) и в Вашингтоне (IJCNN'2001) проводились специальные рабочие совещания «Квантовые нейронные сети». Примечательно, что основное сообщение на последнем из них было сделано *П. Вербосом* — директором Национального научного фонда США.

Некоторое представление об этой области исследований можно почерпнуть из материалов Круглого стола «Дискуссия о нейрокомпьютерах, 10 лет спустя»<sup>1</sup>, проводившегося в МИФИ в 2000 году. В дискуссии приняли участие исследователи, работающие в области квантового нейрокомпьютинга,

<sup>1</sup>Дискуссия о нейрокомпьютерах // Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-99», 19–21 января 1999 г. / Отв. ред. А. А. Фролов и А. А. Ежов. – М.: Изд-во МИФИ, 2000. – 224 с.

такие как *Д. Вентура*, *Т. Мартинец*, *Р. Крисли*, *М. Перус* и *Д. Каттинг*. Их взгляды на перспективы данного направления нашли отражения и в материалах рабочего совещания, проведенного в МИФИ в следующем, 2001 году. Целью данной лекции не является обзор подходов к построению квантовых аналогов нейронных систем — заинтересованный читатель может найти его в работе [1]. В ней излагается взгляд автора на то, какой может быть квантовая нейротехнология, какую связь она может установить с квантовыми вычислениями и проблемой создания квантовых компьютеров, а также с такой важной областью приложения вычислительной техники, как физическое моделирование. К сожалению, при обсуждении этих тем не удастся избежать обсуждения и некоторых принципиальных «трудных вопросов», ответ на которые приходится давать каждому, кто хотел бы составить представление о возможном обобщении нейронных технологий на квантовую область. Среди этих вопросов выделим следующие:

- Какие нейросетевые модели могут быть названы квантовыми?
- В чем могут заключаться перспективы квантовой нейротехнологии?
- В чем отличие квантовой нейротехнологии от квантовых вычислений?

Попытки дать ответы на эти вопросы с неизбежностью вовлекают исследователей в дискуссию о роли интерференции и запутанности квантовых состояний, ведущуюся в настоящее время в отношении квантовых вычислений. Еще большую трудность создает то обстоятельство, что эти вопросы, по-видимому, имеют непосредственное отношение и к многолетней глубокой дискуссии о концептуальных вопросах квантовой механики. Последнее обстоятельство может просто привести в отчаяние, поскольку, согласно *Ричарду Фейнману*, квантовая механика является именно той наукой, которую не понимает никто. Поэтому, можно было бы заранее предположить, что желание понять, чем являются *квантовые нейронные системы* тем более обречено на неудачу. В лекции дана лишь некоторая попытка обсуждения сформулированных вопросов, ответы на которые видимо еще предстоит дать в будущем.

В ней, в частности, аргументируется возможность использовать для построения квантовых нейронных моделей определение квантового алгоритма, данного *М. Муром* [2] и *А. Нараянаном* [3] и использованного для построения квантовых нейросетевых моделей *Т. Меннеер* [4, 5]. Принятие этого определения, может, по-видимому, обеспечить продвижение в разрешении сформулированных выше вопросов, а также помочь при построении

нии квантовых нейронных моделей. Однако, если при этом нетрудно договориться какие системы можно назвать *нейронными*, с критерием *квантовости* вопрос обстоит сложнее. Дело в том, что используемое определение основано на понятиях, возникающих в многомировой интерпретации квантовой механики, разработанной Эвереттом [6], и акцентирует внимание на интерференции квантовых состояний, оставляя в стороне явление их запутанности. Вопросы роли интерференции и запутанности в обеспечении эффективности квантовых вычислений и гипотетической квантовой нейротехнологии, а также рассмотрение примеров, демонстрирующих эвристическую эффективность многомировой интерпретации квантовой механики по необходимости рассматриваются ниже достаточно подробно.

Структура материала следующая. Вначале кратко излагаются необходимые сведения и понятия, относящиеся к квантовым вычислениям вообще (см. с. 32–39). Подробное изложение соответствующих вопросов содержит, например, книга К. А. Валиева и А. А. Кокина [7]. Затем обсуждается роль запутанности и интерференции в квантовых вычислениях и, в частности, проблема ресурсов, необходимых для их проведения (см. с. 40–47). Далее, анализируется некоторый взгляд на ресурсы, которые обеспечивает интерференция квантовых состояний, апеллирующий к многомировой интерпретации квантовой механики, важность принятия которой при анализе квантовых вычислений защищается, в частности, Д. Дойчем [8] (см. с. 47–61). После этого приводятся некоторые соображения о возможной природе и роли нейросетевых систем, которые могут быть названы квантовыми, а также о том, как соотносятся с ними вопросы, рассматриваемые в предыдущих разделах (см. с. 61–63). И, наконец, в завершающем разделе (см. с. 64–72) обсуждается проблема создания квантовых компьютеров второго типа, основной областью применения которых считается физическое моделирование. Показано, что при использовании для постановки задач математической физики метода инвариантного погружения возникает задача реализации семейств управляемых гейтов, для решения которой возможно использовать квантовые нейронные системы, использующие нейроны со специфически определенным выходом. Материал данной лекции частично воспроизводит содержание доклада [9].

Автор благодарен Г. П. Берману, В. И. Цифриновичу, Ш. Гурвицу, Г. Дулину, П. Миллони, Д. Джеймсу и Дж. Чаплину за полезные дискуссии, которые он имел возможность провести по затронутым в лекции вопросам во время работы в Теоретическом отделе и Центре нелинейных исследований Лос-Аламосской национальной лаборатории в 2001–2002 годах.

## Классические и квантовые вычисления

### Классические компьютеры

Основы теории вычислений были заложены в 30–е годы двадцатого века в работах А. Тьюринга [10], А. Черча [11], К. Гёделя и Э. Поста. В своей фундаментальной работе А. Тьюринг описал универсальное вычислительное средство — *машину Тьюринга* [10], способную при наличии достаточных ресурсов реализовать любой изобретенный человеком математический алгоритм. Тезис Черча–Тьюринга [11] предполагает, что все алгоритмы, которые можно реализовать, вооружившись карандашом и бумагой, могут быть выполнены машиной Тьюринга, и наоборот.

Все задачи, для решения которых используются современные компьютеры, подразделяются, однако, на *легкие* и *трудные*. При решении легких задач число необходимых операций растет с их размерностью *полиномиально*. Например, умножение двух целых чисел является легкой задачей, потому что необходимое число действий возрастает при этом как квадрат числа десятичных знаков, представляющих эти числа. Однако, обратная задача — нахождение двух простых сомножителей целого числа — представляется трудной, поскольку простейший метод ее решения требует проверки  $\sqrt{n}$  делителей: это число уже зависит от числа десятичных знаков не полиномиально, а *экспоненциально*. Использование более изощренных методов поиска сомножителей также не устраняют этой экспоненциальной зависимости. Задачи, которые могут быть решены за полиномиальное время, образуют класс, называемый классом *P* (polynomial). Другие задачи, которые могут быть решены за полиномиальное время с использованием вероятностных *недетерминированных* подходов, относят к классу *NP* (non-deterministic polynomial). Среди них выделяется наиболее трудное подмножество так называемых *NP*-полных проблем, которое включает такие важные задачи как, например, задачу коммивояжера. Важная особенность *NP*-полных задач заключается в том, что если *хотя бы для одной из них* будет найден какой-либо полиномиальный алгоритм, то *все* подобные проблемы станут возможным решить за полиномиальное время. В 1936 году Черч предположил, что все алгоритмы вычислений могут быть реализованы с помощью универсальной машины Тьюринга. Согласно гипотезе Черча–Тьюринга, все *классические* компьютеры, являющиеся реализациями машины Тьюринга имеют одинаковую эффективность. Поэтому трудные задачи будут трудны для них всех одновременно. Однако, некоторые из



недавно открытых *квантовых* алгоритмов являются экспоненциально более быстрыми, чем наилучшие классические алгоритмы. Не удивительно поэтому, что одной из важнейших надежд квантовых вычислений является экспоненциальное ускорение по крайней мере некоторых классических алгоритмов, а наибольший вызов представляет поиск полиномиальных по времени алгоритмов решения *NP*-полных задач.

### **Перспективы классических компьютеров**

В 60-е годы двадцатого века *Г. Мура*, один из основателей компании Intel, обнаружил удивительный эмпирический закон: каждые полтора года элементы компьютерных схем уменьшаются в размере вдвое. Это, в частности, означает, что емкость памяти удваивается каждые 18 месяцев, так что после каждого такого периода уже только половина атомов используется для представления одного бита информации. Напомним, что бит является мерой классической информации, устраняющей неопределенность выбора между двумя равновероятными альтернативами. Он может быть представлен единственным двоичным числом, принимающим значение 0 или 1.

*Закон Мура* выполняется уже 40 (!) лет и из него также следует, что:

- число транзисторов в чипах растет со временем экспоненциально;
- скорость вычислений в чипах растет экспоненциально.

Можно ли экстраполировать эту тенденцию? Специалисты дают положительный ответ на этот вопрос, утверждая, что в отличие от других технологий, психологических ограничений на скорость вычислений не существует. Но экстраполяция закона Мура приводит к выводу, что примерно в 2020 году для представления одного бита информации будет использоваться лишь один атом. В этом году компьютеры будут работать на частоте 40GHz, имея оперативную память в 160Gb. Более того, миниатюризация элементов компьютеров требует, чтобы вычисления были энергетически эффективны. Диссипация энергии в малом объеме может быстро расплавить эти элементы. Кроме того, стоимость заводов по производству полупроводников удваивается каждые три года. Все это вместе взятое означает, что к 2020 году должна быть создана новая технология вычислений.

### **Квантовые компьютеры**

Квантовые вычисления являются естественным ответом на вызовы, о которых говорилось выше. Действительно, если для представления одно-

го бита придется использовать один атом, то описание его поведения будет с необходимостью квантово-механическим. Такое усложнение может, однако, дать и преимущества. В начале 80-х годов прошлого века Ю. И. Манин [12] и Р. Фейнман [13] предположили, что если моделирование квантовых явлений требует использования слишком больших ресурсов классических компьютеров, то, может быть, квантовые компьютеры окажутся эффективным и экономным средством решения таких задач. Немного позже Д. Дойч обобщил понятие машины Тьюринга на случай квантовых вычислений [14].

В действительности, именно квантовая механика, как наиболее глубокая теория вещества, описывает также и работу элементов классических компьютеров (например, полупроводников). Но в квантовых компьютерах главную роль играют специфические особенности квантового мира, такие как *суперпозиция* квантовых состояний, их обратимая эволюция, описываемая *унитарными преобразованиями*, *квантовый параллелизм*, *интерференция* и *запутанность* состояний. Рассмотрим кратко эти особенности.

**Суперпозиция.** В отличие от мира классической физики, квантовая механика предполагает, что некоторые альтернативы могут существовать одновременно. Эта возможность выражается в существовании *суперпозиции альтернатив*. Например, классическая монета может упасть либо орлом, либо решкой. Ее квантовый аналог может упасть на обе стороны одновременно. Подобным же образом, если элемент классического компьютера (бит) может в данный момент находиться лишь в одном из взаимно исключающих состояний: 0 или 1, его квантовый аналог — *кубит* — может одновременно находиться в обоих этих состояниях. То есть, состояние кубита может быть представлено в форме

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (1)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  комплекснозначные амплитуды базисных состояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ , соответственно (рис. 1).

Для реализации кубита можно использовать разнообразные физические системы. Это могут быть электронный или ядерный спин, имеющие по две различные проекции на направление внешнего магнитного поля; атом, который может находиться в двух различных состояниях — основном и возбужденном, фотон с двумя возможными значениями поляризации или двумя направлениями движения, и другие. Комплекснозначные амплитуды, входящие в описание кубита, имеют тот смысл, что при измерении

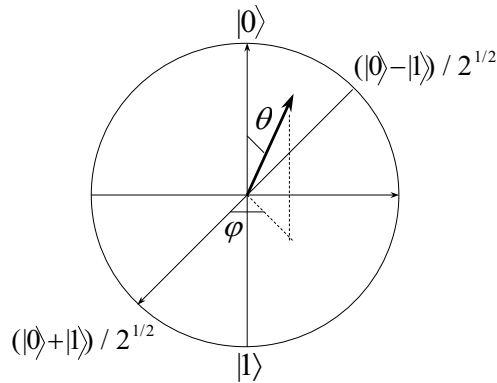


Рис. 1. Состояние кубита может быть изображено в виде единичного вектора с компонентами  $(\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ , где амплитуды базисных состояний:  $\alpha = \cos \theta$ ,  $\beta = e^{i\varphi} \sin \theta$ . Северный и Южный полюсы сферы единичного радиуса (сферы Блоха), соответствуют базисным состояниям кубита:  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$ , в то время как другие ее точки представляют состояния кубита, соответствующие суперпозиции этих двух базисных состояний.

этот кубит будет обнаружен в одном из базисных состояний  $|0\rangle$  или  $|1\rangle$  с вероятностями  $|\alpha|^2$  и  $|\beta|^2$ .

Какие преимущества имеет кубит перед классическим битом? Фокус в том, чтобы *не измерять* его состояние до тех пор, пока над кубитом не произведен некоторый набор манипуляций. Все то время, пока суперпозиционное (когерентное) состояние кубита будет изменяться при некоторых воздействиях, необходимо оградить его от опасного влияния внешней среды. Это неконтролируемое воздействие может превратить суперпозицию в состояние, соответствующее единственной из входящих в нее альтернатив (*декогеренция*). Динамические изменения состояний систем в квантовом мире очень специфичны и имеют характер унитарных преобразований.

**Унитарные преобразования.** Эволюция состояния квантовой системы во времени описывается уравнением Шрёдингера. Основными ее особенностями являются: *обратимость* (означающая, что если преобразовать состояние кубита в новое состояние, то можно преобразовать это конечное состояние в начальное) и *унитарность*, выражающаяся в том, что новое

состояние кубита, так же как и начальное, допускает вероятностную интерпретацию.

Обратимость квантовой эволюции имеет принципиальное значение для квантовых вычислений: она позволяет проводить их, в принципе, без диссипации энергии. Таким образом, проблема отвода тепла, критическая для суперкомпьютеров, может фактически исчезнуть для будущих квантовых вычислительных систем. Неожиданным было установление фундаментальной причины выделения тепла в классических компьютерах, заключающейся в реализации в них необратимых логических операций. Фактически диссипация энергии происходит при необратимом стирании информации. Оказывается, однако, что любые логические операции могут быть сведены к последовательностям полностью обратимых шагов, что открывает путь для их квантовой реализации.

Унитарные преобразования, используемые для манипуляций с состояниями кубитов, могут быть реализованы и как классические устройства, такие как расщепляющие пучок фотонов или меняющие их фазу пластинки, или же, напротив, как излучаемые лазером кванты света, взаимодействующие с представляющими эти кубиты спинами. Было установлено также [14], что квантовые компьютеры могут реализовать любой алгоритм обработки состояния многокубитного регистра, используя последовательность очень простых операций, действующих лишь на один или два кубита.

**Интерференция.** Одно из интригующих следствий унитарных преобразований квантового состояния заключается в том, что новые амплитуды базисных состояний оказываются линейными комбинациями старых амплитуд. Это означает, что они становятся суммой двух или нескольких (для многих кубитов) векторов. Но сумма векторов может быть и большим вектором и нулевым. Такая игра амплитуд называется *конструктивной* или же *деструктивной* интерференцией, соответственно. Квантовая интерференция играет решающую роль в квантовых вычислениях. Их алгоритмы строятся таким образом, чтобы неверные решения исчезали за счет деструктивной интерференции, в то время как желаемые состояния усиливались при конструктивной интерференции.

**Квантовый параллелизм.** Так как состояние квантовой системы может быть суперпозицией многих альтернатив, число которых экспоненциально растет с размером регистра кубитов, можно воздействовать на амплитуды всех альтернатив одновременно, используя унитарные преобразования. Эта возможность, называемая квантовым параллелизмом, не имеет аналогов в классических компьютерах.

**Запутанность.** Если регистр содержит более одного кубита, то могут возникнуть ситуации, в которых невозможно приписать определенное состояние каждому из них. Как заметил *Эверетт*, в общем случае состояние квантовой системы может быть определено лишь *относительно состояния другой системы* [6]. Общая форма квантового состояния регистра может быть записана следующим образом.

$$|\Psi\rangle = \sum_{x=0}^{2^d-1} a_x |x\rangle. \quad (2)$$

Это состояние будет *запутанным*, если его невозможно факторизовать — представить в виде (тензорного) произведения

$$|\Psi\rangle = (\alpha_0|0\rangle + \beta_0|1\rangle) \otimes \dots \otimes (\alpha_{d-1}|0\rangle + \beta_{d-1}|1\rangle). \quad (3)$$

Ключевое различие между запутанным и факторизуемым состояниями состоит в том, что первое может быть, в общем случае, определено заданием экспоненциального числа комплекснозначных амплитуд, в то время как для не запутанного состояния оно линейно по числу кубитов. Это обстоятельство наталкивает на мысль, что именно запутанность должна быть свойством, определяющим беспрецедентную эффективность подлинно квантовых вычислений, поскольку задача имитации эволюции запутанных состояний на классических компьютерах оказывается трудной.

### Квантовые алгоритмы

К настоящему времени открыто уже несколько десятков квантовых алгоритмов. Наиболее известными из них являются:

**Алгоритм Дойча–Джозсы** [15]. Алгоритм использует единственное вычисление булевой функции  $n$  переменных чтобы определить, является ли она постоянной или балансной (принимает истинное значение для половины значений аргументов), экспоненциально ускоряя наивный классический алгоритм, требующий проверки  $2^{n-1} + 1$  значений функции. Однако, классический алгоритм также может решить эту задачу, используя конечное число вычислений, если позволить ему изредка ошибаться.

**Алгоритм Шора** [16]. Это наиболее известный и мощный квантовый алгоритм, позволяющий факторизовать  $n$ -значное целое число лишь за

$O(n_3)$  шагов, в то время как наилучший из известных классических алгоритмов требует использования суперполиномиального числа шагов,  $\exp[n^{1/3}(\log n)^{2/3}]$ . Алгоритм основан на квантовой реализации эффективного поиска периода функции и квантового алгоритма быстрого преобразования Фурье. Кроме других ранее отмеченных особенностей квантовых систем, в алгоритме Шора используется индетерминизм, характеризующий процесс измерения в квантовой механике.

**Алгоритм Гровера** [17]. Один из важнейших квантовых алгоритмов, используемый для поиска в неупорядоченной базе данных, обеспечивает лишь полиномиальное ускорение.

**Алгоритм Бернштейна-Вазирани** [18] позволяет найти запись в *специальной* базе данных (способной вычислять скалярное произведения вектора запросов на вектор данных), используя единственный запрос. Отмечается, что неожиданной особенностью этого алгоритма является его способность экспоненциально ускорять поиск, не используя запутанных состояний [19]. По мнению *Д. Майера* алгоритм Бернштейна-Вазирани опровергает тезис о необходимости запутанности для реализации подлинно квантовых вычислений, поскольку основан на использовании лишь интерференции. В этом вопросе расходятся исследователи, пытающиеся дать определение квантовых вычислений. Этот вопрос будет рассматриваться подробнее в следующем разделе. Однако водораздел мнений проходит не только при оценке алгоритмов, но и при анализе физической реализации квантовых вычислений.

### Реализации квантовых вычислений

Одной из важнейших проблем, которые должны быть решены при реализации квантовых компьютеров, является сохранение когерентности квантовых состояний в течение времени реализации алгоритмов (эта проблема является не такой острой для так называемых квантовых компьютеров второго типа, речь о которых пойдет ниже). К настоящему времени предложено несколько различных схем физической реализации квантовых вычислительных систем, такие как:

- ионные ловушки [20];
- квантовая электродинамика в полости — летающий кубит [21];
- СКВИДы [22];

- ЯМР-системы [23];
- фосфоро-кремниевый квантовый компьютер [24];
- квантовые компьютеры магнитно-резонансной микроскопии [25], а также различные оптические и твердотельные схемы.

В связи с обсуждаемыми далее вопросами особый интерес представляют схемы ядерного магнитного резонанса (ЯМР). ЯМР представляет собой хорошо известную технологию, позволяющую оперировать состояниями кубитов при комнатной температуре. Квантовый ЯМР-компьютер мог бы состоять из трубки, наполненной жидкостью (например, хлороформом). В свою очередь, спины ядер атомов, входящих в молекулы жидкости могут использоваться для реализации кубитов. Такая трубка помещается в сильное магнитное поле и состояния ядерных спинов подвергаются воздействию радиочастотных импульсов, реализующих нужные унитарные преобразования. Оценки показывают, что ЯМР-компьютеры могут иметь регистры, состоящие не более чем из 75 кубитов. Это не так много, если использовать их для решения задачи факторизации целых чисел. Однако, уже продемонстрированные примеры реализации различных квантовых алгоритмов на таких системах [23, 26, 27] подвергаются в настоящее время критике, основанной на том, что ЯМР-системы не позволяют реализовать запутанность квантовых состояний кубитов.

Согласно соответствующей точке зрения *квантовыми* не являются не только подобные ЯМР-реализации, но и квантовые компьютеры второго типа, предложенные *Д. Епезом* [28]. В этих системах запутанность состояний и большие времена когерентности не требуются, и компьютер представляет собой макроскопическое число элементарных малокубитных квантовых компьютеров. Подобные компьютеры рассматриваются как средства эффективного моделирования физически процессов, таких как диффузия, перенос излучения, течение жидкости и другие.

### **Роль запутанности состояний**

- Что Вы обо всем этом думаете?
- Запутанное дело. . .
- Как это верно, Ватсон!

---

*Артур Конан-Дойль  
«Собака Баскервиль»*

В работе [29] была исследована модель квантового аналогового нейрона, использующая определение *методологии квантовых вычислений*, данное М. Муром и А. Нараянаном. Приведем его формулировку согласно работе [3]:

1. Проблема должна быть представлена в численном виде, или же преобразована в него.
2. Должна быть определена начальная конфигурация.
3. Должны быть определены условия завершения вычислений.
4. Задача должна допускать разбиение на меньшие подзадачи.
5. Нужно определить необходимое число *миров*.
6. Каждая подзадача присваивается соответствующему миру.
7. Вычисления в различных мирах производятся параллельно.
8. Между всеми мирами должна быть некоторая форма взаимодействия: интерференция должна либо дать решение проблемы либо новую информацию для миров, которая может быть в дальнейшем использована в них для получения решения.

Оставим пока под вопросом, что понимается в этом определении под словом «мир», и обсудим вначале, можно ли использовать его для построения моделей квантовых нейронных систем, несмотря на то, что в нем используется только понятие интерференции, но ничего не говорится о запутанности состояний [30]? Как уже отмечалось, именно свойство запутанности состояний рассматривается значительной частью авторов как необходимый элемент действительно квантового вычисления, гарантирующий его преимущество перед классическими вычислениями [31, 32]. Запутанные или *суперкоррелированные* состояния обладают уникальными свойствами, которые, в частности, позволяют создать бесшумный канал передачи квантового состояния посредством квантовой телепортации [33] и делокализовать квантовую информацию в системе, состоящей из нескольких подсистем, что позволяет защитить квантовое состояние системы от разрушающего когерентность влияния окружения с использованием кодов, корректирующих ошибки [34, 35].

Одна только интерференция различных альтернатив (определяющих квантовый параллелизм вычислений) рассматривается этой группой авторов недостаточной для реализации подлинно квантовых вычислений, поскольку, как отмечалось, если суперпозиция альтернатив факторизуется, то соответствующий алгоритм может быть реализован с помощью классических, «оптических» схем вычислений. Более того, утверждается, что такие



«не квантовые» вычисления могут быть реализованы с помощью любых классических волн:

«Для того, чтобы убедиться, что суперпозиция сама по себе не является существенным свойством, необходимо лишь заметить, что классические волны также могут образовывать суперпозиции. Любой эффект, зависящий только от квантовой интерференции, может быть легко имитирован с помощью классических волн» (Jozsa, [31]).

Поскольку в литературе существует широкая полемика по этой проблеме, необходимо аргументировать возможность использования данного определения квантового алгоритма при построении моделей квантовых нейронных систем.

Напомним, что единственное свойство запутанного состояния состоит в том, что оно является более или менее не факторизуемой суперпозицией. Один из аргументов в пользу предпочтительности использования запутанных состояний [31] состоит в том, что поскольку они описываются экспоненциальным числом параметров, то вычисление функционально зависящего унитарного преобразования

$$|\Psi\rangle|0\rangle \xrightarrow{U_f} \sum_{x=0}^{2^d-1} a_x |x\rangle |f(x)\rangle \quad (4)$$

может быть проведено параллельно для всех возможных значений аргументов  $x$ , что дает экспоненциальное ускорение вычислений, если функция может быть вычислена за полиномиальное время. Это справедливо, очевидно, для любой суперпозиции (здесь проявляется лишь квантовый параллелизм), но в общем случае, подобное преобразование переводит данную суперпозицию в запутанное состояние. Это приводит к необходимости работы с экспоненциальным числом данных при попытке произвести необходимые вычисления с помощью классических средств. При этом неизбежно экспоненциальное замедление классических вычислений по сравнению с квантовыми [32]. Но если все квантовые состояния, возникающие на любом этапе вычислительного процесса, окажутся факторизуемыми (не запутанными), то они могут быть описаны набором данных, объем которых линейно растет с числом кубитов. В этом случае экспоненциальный выигрыш в скорости вычислений представляется недостижимым. Соответствующие вычисления могут быть проведены с той же эффективностью с помощью классических средств. Такая аргументация используется большой группой исследователей для обоснования того взгляда, что именно

экспоненциальное ускорение вычислений является отличительной характеристикой подлинно квантовых алгоритмов. При этом, возможность такого ускорения напрямую связывается с запутанностью используемых квантовых состояний.

В соответствии с такой аргументацией, любой алгоритм, не использующий запутанные состояния, не может привести к экспоненциальному снижению вычислительных ресурсов. Эти ресурсы подразделяются на *временные*, например число запросов в алгоритме Гровера, *физические*, например энергия, точность измерения, число физических устройств, используемых для физической реализации алгоритма и т. д. и *ресурсы чтения* (readout), например число копий квантовой системы, необходимых для реализации вычисления с данной точностью [36]. В этом случае, декларируется, что соответствующие алгоритмы или их реализация не могут рассматриваться как подлинно квантовые. В результате в названии «квантовый» отказывается не только всем ЯМР–реализациям простейших вариантов алгоритма Дойча-Джозсы [37–39] и алгоритма Гровера [40,41] (аргументация в пользу отсутствия запутанности состояний кубитов для представления которых используются квантовые состояния различных атомов и молекул, используемых в ЯМР–экспериментах содержится в работах [42–44]), но и реализациям квантовых алгоритмов методами линейной оптики (включая телепортацию квантового состояния [45]), поскольку в них используется экспоненциальное число физических устройств (поляризаторов и делителей пучков). Кроме того, не признаются квантовыми реализации основанные на манипуляциях с ридберговскими состояниями атомов [46,47], поскольку для этого требуется экспоненциальная точность измерений этих состояний. Таким образом, согласно описываемой точке зрения на сущность квантовых вычислений необходимо либо использовать квантовые состояния для того, чтобы осуществлять подлинно квантовые вычисления, либо, для достижения аналогичной эффективности, использовать экспоненциальное число ресурсов для компенсации отсутствия запутанности. Но в последнем случае проводимые вычисления уже не могут быть названы действительно квантовыми. Вообще говоря, принятие подобной позиции приводит к тому, что граница между «подлинно квантовыми» и не квантовыми вычислениями становится достаточно размытой. Например, известно, что алгоритм Дойча-Джозсы, который действительно экспоненциально ускоряет дифференциацию между балансными и постоянными булевыми функциями [15], не использует тем не менее запутанных состояний в случае функций одной или двух переменных [48] и может быть реализован с использованием

средств линейной оптики. С другой стороны, он действительно использует запутанные состояния в случае функций трех и большего числа переменных [49]. Таким образом алгоритм Дойча-Джозсы является в некотором смысле «полуквантовым». Иногда утверждается, что и алгоритм Гровера также не требует запутанности состояний в случае  $d < 3$  кубит [39, 50]. На самом деле, практически полезный алгоритм Гровера все же требует запутанности состояний кубитов, входящих в два регистра, кодирующих ключи и кодируемые ими информационным записи [51, 52]. Но такая запутанность не дает экспоненциального ускорения поиска, а лишь обеспечивает необходимые ассоциации между состояниями этих регистров. Более того, он в действительности требует использования экспоненциального числа ресурсов для приготовления квантового состояния базы данных, которое разрушается после полного завершения обработки каждого запроса к ней. Вследствие теоремы о невозможности клонирования квантового состояния [53, 54], невозможно эффективно скопировать содержание таких баз данных. Напротив, необходимо использовать экспоненциальное число операций для создания каждой из таких копий (если память должна иметь экспоненциальную емкость). В указанном смысле, предложенная *Вентурой* и *Мартинцем* квантовая ассоциативная память [86] также оказывается не подлинно квантовой. По-видимому, лишь алгоритмы типа алгоритма Шора удовлетворяют строгим требованиям, предъявляемым к квантовым алгоритмам сторонниками определяющей роли запутанности состояний, поскольку он действительно оперирует с ними и использует относительно простую функцию, которая может быть вычислена за полиномиальное время. Тем не менее, другая группа авторов предлагает примеры реализаций квантовых алгоритмов, не использующие запутанных состояний. Один из возможных подходов к построению таких реализаций был предложен *С. Ллойдом* [50]. Он основан на замене многочастичных систем с запутанными состояниями на эквивалентные одночастичные системы, имеющие экспоненциальное число состояний. Поскольку понятие запутанности не имеет смысла для одночастичной системы, такой подход оказывается универсальным способом «распутывания» (disentanglement) любого квантового алгоритма. Однако, полученная схема требует реализации экспоненциально точных измерений квантового состояния, что опять не дает подлинно квантового алгоритма [47]. Не спасает положение и использование систем с эквидистантными уровнями энергии, которые вместо экспоненциальной точности приводят к экспоненциальному росту энергии состояний. Тем не менее, *Д. Майер* указал, что *неквантовость* манипулирова-

ния с ридберговскими состояниями отнюдь не означает, что *все* реальные квантовые алгоритмы не могут быть реализованы с использованием одной лишь интерференции не запутанных состояний [19]. В качестве примера он привел алгоритм, первоначально предложенный Э. Бернштейном и У. Вазирами [55] и переоткрытый Б. Терхалом и Дж. Смолиным [56]. С помощью этого алгоритма можно найти запись в специально устроенной базе данных, используя единственный запрос. Вкратце этот алгоритм состоит в следующем.

Рассматривается база данных, знающая единственную запись  $a$ . Для любого предъявленного стимула  $x$  база может вычислить, насколько он близок к  $a$ . В качестве меры близости может быть, например, вычислено скалярное произведение двух соответствующих векторов,  $(x \cdot a)$ . Таким образом, для любого запроса  $|x\rangle|b\rangle$  база возвращает состояние  $|x\rangle|b\rangle \oplus (x \cdot a)$ . Задача состоит в определении  $a$  с использованием минимально возможного числа запросов. Как было показано, в рассматриваемом случае необходимо единственное обращение к базе, чтобы определить вид записи  $a$ . Для этого необходимо реализовать следующие шаги алгоритма Берштейна-Вазирами.

**Шаг 1.** С помощью набора преобразований Адамара инициализируется незапутанное квантовое состояние:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \frac{1}{2^{(d+1)/2}} \sum_{x=0}^{2^d-1} |x\rangle(|0\rangle - |1\rangle) \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2^{(d+1)/2}} \underbrace{(|0\rangle + |1\rangle) \otimes \dots \otimes (|0\rangle + |1\rangle)}_d \otimes (|0\rangle - |1\rangle). \end{aligned} \quad (5)$$

**Шаг 2.** Унитарное преобразование осуществляемое Оракулом преобразует начальное состояние в также факторизованное состояние:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \frac{1}{2^{(d+1)/2}} \sum_{x=0}^{2^d-1} (-1)^{x \cdot a} |x\rangle(|0\rangle - |1\rangle) \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2^{(d+1)/2}} \underbrace{(|0\rangle + (-1)^{a_1}|1\rangle) \otimes \dots \otimes (|0\rangle + (-1)^{a_d}|1\rangle)}_d \otimes (|0\rangle - |1\rangle). \end{aligned} \quad (6)$$

**Шаг 3.** Вновь применяются преобразования Адамара, дающие

$$|\Psi\rangle \rightarrow \underbrace{H \otimes \dots \otimes H}_d |\Psi\rangle \equiv |a\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle). \quad (7)$$

Это конечное факторизованное состояние содержит искомую запись в первом  $d$ -кубитном регистре. Поскольку все состояния, возникающие на каждом шаге алгоритма, являются незапутанными, экспоненциальное ускорение получается лишь за счет квантового параллелизма и интерференции.

Легко увидеть однако, что данная формулировка проблемы поиска по сути не является практически полезной для создания баз данных. Она фактически реализует простейшую версию «квантового морского боя», в котором необходимо найти положение единственного одноклеточного корабля. Практически применимый поиск неизбежно требует запутанности состояний кубитов, входящих в ключевой и информационной регистры (так что кроме нахождения положения корабля можно было бы получить и некоторую дополнительную информацию о нем самом) или же приготовление самой базы данных (не запроса) в виде квантовой суперпозиции. Очевидно, что запутанность оказывается все же необходимой для ассоциации значений аргумента и функции. Однако, хотя ассоциация каждой пары «аргумент–функция» может быть осуществлена за полиномиальное время с использованием различных подходов, предложенных *Вентурой* и *Мартинцем* [86], *Андрекутом* и *Али* [57] *Гу-лю Лонгом* и *Янг Суном* [58], реализация произвольной булевой функции потребует осуществления экспоненциального числа таких шагов,  $2^d$ . Даже использование единственного запроса для поиска значения булевой функции не может компенсировать затрат на приготовление начального запутанного состояния базы данных. Поэтому, экономия временных ресурсов (числа запросов) необходимых для реализации поиска обесценивается ростом времени, требуемого для приготовления квантовой базы данных.

Все же использование квантовых нейронных систем для реализации булевых функций дает экономию физических ресурсов — оно позволяет исключить использование нейронных сетей и, также как и в случае аппроксимации функций многих переменных, обойтись единственным нейроном. У такого нейрона входные и выходная связь реализуются в виде кубитов, а их состояния описываются запутанной суперпозицией, в которой базисные состояния первых  $d$  кубитов используются для представления бинарных входов, а состояние еще одного  $d + 1$ -го кубита используется для представления соответствующего значения булевой функции (рис. 2) [59].

Другой, более удобный способ, использующий для реализации булевой функции множество унитарных преобразований, реализующих перестановки состояний двух кубитов, будет требовать использования экспоненциального числа импульсов (или экспоненциального числа делителей луча:

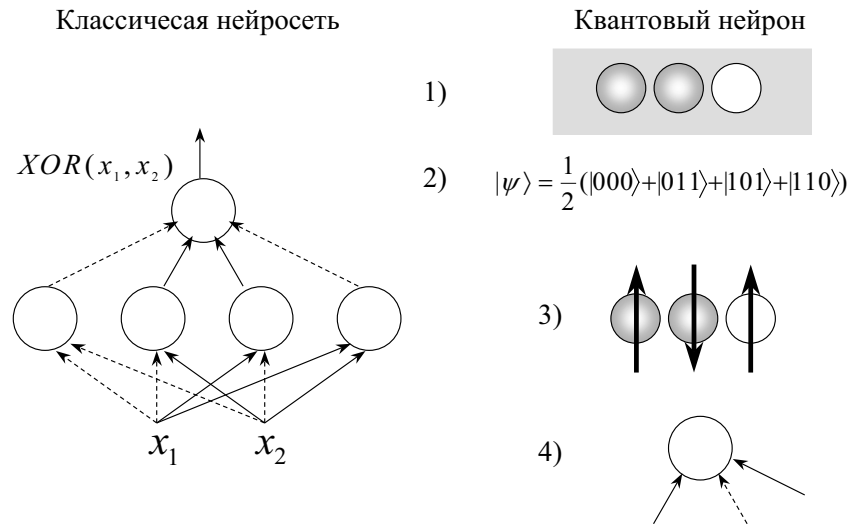


Рис. 2. Слева: классическая универсальная двухслойная сеть пороговых нейронов с бинарными связями, реализующая функцию исключенного ИЛИ ( $XOR$ ). Справа и сверху-вниз: 1 — квантовый нейрон с тремя кубитами, используемыми для реализации связей; 2 — состояния кубитов описываются суперпозицией, в которой значения входных значений для первых двух кубитов запутаны с состояниями третьего кубита, представляющими значения функции  $XOR$ ; 3 — при измерении кубиты обнаруживаются в одном из классических состояний, выявляющих ассоциацию между значениями аргумента и функции; 4 — наблюдение связей квантового нейрона обнаруживает параметры одного классического нейрона с бинарными связями, входящего в скрытый слой универсальной сети.

любое унитарное двухкубитное преобразование, реализуемое делителями пучка и фазовыми сдвигами на их входе и выходе [60, 61], а также любое  $N$ -кубитное преобразование может быть реализовано с помощью матрицы таких приборов [62]). Заметим, что невозможность генерации произвольной квантовой базы данных с использованием полиномиального (не экспоненциального) числа операций в общем случае можно легко доказать, заметив, что в противном случае можно было бы повысить эффективность

алгоритм Гровера. Действительно, если можно было бы перевести произвольное начальное квантовое состояние в произвольное конечное (соответствующей искомой базе данных) за полиномиальное время, это в частности означало бы возможность перевода равновзвешенной суперпозиции в данное базисное состояние за полиномиальное число шагов (задача поиска в неупорядоченной базе данных). Оптимальность алгоритма Гровера исключает такую возможность (заметим также, что сам алгоритм Гровера может быть легко использован как альтернативное и удобное средство генерации произвольной квантовой суперпозиции)

Описанная проблема использования экспоненциального числа ресурсов не является отличительной чертой одних квантовых вычислений. Реализация произвольной булевой функции с помощью классических искусственных сетей пороговых нейронов также требует использования экспоненциального числа ресурсов — нейронов скрытого слоя и их связей. Этот экспоненциальный рост ресурсов, аналогичный экспоненциальному росту числа ситуаций, которые нужно учесть при алгоритмическом подходе к обработке  $d$ -битных слов, и был одной из причин того, что нейротехнология отказалась от решения задачи точной реализации функций, заменив ее проблемой аппроксимации функций, для решения которой используется не программирование, а обучение на ограниченном числе примеров. Важнейшей особенностью последнего является то, что число примеров в обучающей выборке не должно расти экспоненциально с ростом размерности задачи, несмотря на то, что число членов в Фурье-разложении растет экспоненциально с ростом числа аргументов функции. Таким образом, аппроксимация также является трудной задачей. На практике, при фиксированной точности аппроксимации, рост числа ресурсов, используемых классическими нейронными сетями, обусловлен не размерностью задачи, а числом примеров в обучающей выборке и является более чем умеренным, поскольку это число обычно трудно увеличить.

## **Многомировая интерпретация квантовой механики и квантовые вычисления**

### **Многомировая интерпретация и ее роль**

Теперь необходимо разобраться, что в процитированном выше определении квантового алгоритма означает слово «мир». Дело в том, что это

определение использует многомировую интерпретацию квантовой механики (ММИ). По поводу этой интерпретации также ведется обширная многолетняя дискуссия [6, 63–70]. Первоначально, аргументы в ее поддержку выдвигались специалистами в области квантовой космологии — многомировая (Эвереттовская) интерпретация была предложена с целью преодолеть те трудности, которые возникали при попытке применить квантовомеханическое описание к миру в целом, а позднее специалистами по квантовым вычислениям. Как писал *Б. ДеВитт* [64]:

«Эвереттовский взгляд на мир является очень естественным для применения в квантовой теории гравитации, где привыкли без смущения говорить о волновой функции мира. Возможно, что эвереттовский взгляд не только естественен, но и существенен».

Преимущества использования ММИ в квантовых вычислениях были продемонстрированы *Д. Дойчем* [8, 71]. В квантовых нейровычислениях ММИ использовалась *Муром, Нараянаном* [5] и в диссертации *Т. Меннеер* [4]. Следует заметить однако, что критика этой интерпретации обширнее ее защиты. Автор не считает себя достаточно компетентным для обсуждения места и значения ММИ, поскольку такое обсуждение непосредственно связано с принципиальными и нерешенными проблемами квантовой механики. Тем не менее, можно перечислить некоторые аргументы в пользу ее применения, среди которых не только естественность и эвристическая эффективность ММИ в приложении к квантовым вычислениям (например при разработке концепции квантовой машины Тьюринга *Д. Дойчем* [14] или квантового генетического алгоритма *А. Нараянаном* [72], и не только потому, что она проясняет сущность аналоговых квантовых нейронных систем. Можно привести доводы в пользу того, что ММИ позволяет по-новому взглянуть на проблему ресурсов, дающих преимущество квантовым вычислениям. Необходимо подчеркнуть, что предложенный *Д. Дойчем* вариант ММИ является не операционалистской, а объясняющей теорией. А именно объяснения необходимы для понимания существа квантового нейрокомпьютинга.

Важным аргументом в пользу использования ММИ является то, что именно интерференция, а не запутанность, играет в ней центральную роль. Как уже отмечалось в предыдущем разделе, именно интерференция может оказаться главным ресурсом для квантового нейрокомпьютинга (хотя без запутанности он также, по-видимому, не обойдется). Отметим также, что подход *Д. Дойча* удовлетворяет попперовскому критерию *фальсификационизма*: им предложен критический эксперимент, способный отвергнуть



эту интерпретацию. Прежде всего, в свете дискуссии о роли запутанности уместно вспомнить, что эвереттовская концепция относительности квантового состояния имеет непосредственную связь с концепцией запутанности. Так же как невозможно в общем случае приписать кубиту определенное квантовое состояние, если оно запутано с состоянием другого кубита, в эвереттовской теории невозможно в общем случае говорить о состоянии квантовой подсистемы, взаимодействующей с другой подсистемой. Это состояние может быть определено только относительно состояния взаимодействующей с ней подсистемы. При интерпретации процесса измерения его результат рассматривается относительно соответствующего состояния наблюдателя. Таким образом, запутанность состояния наблюдателя и, например, стрелки прибора, дает пример квантово-механической ассоциации. Согласно теории (фактически метатеории) *Х. Эверетта* единственная волновая функция, эволюционирующая согласно уравнению Шрёдингера, может описать мир в целом, никакого коллапса волновой функции не происходит, но после каждого из «взаимодействий типа измерений» наш мир (в действительности множественный мир) расщепляется на множество копий, в каждой из которых реализуется один из возможных результатов измерения (взаимодействия) и соответствующее базисное состояние (альтернатива) оказывается запутанным с состоянием наблюдателя (если таковой имеется) или же с состоянием измерительного прибора.

Со времени пионерской работы *Х. Эверетта* были предложены различные варианты ММИ. В некоторых из них отвергается существование множественного мира и только один из них считается реальным [73]. В версии *Д. Дойча* множественный мир представляет реальность в целом. Согласно этой версии все множество миров существуют параллельно и может интерферировать друг с другом. Это существование рассматривается ответственным за существование квантового параллелизма. Так *Дойч* отмечает что [71]:

«... Я, как и другие, объясняю мощь квантовых вычислений в терминах квантового параллелизма (множества классических вычислений, осуществляемых параллельным образом)».

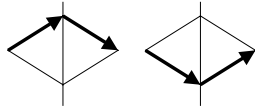
В отличие от *Х. Эверетта*, версия интерпретации ММИ предлагаемая *Д. Дойчем*, предполагает, что множество миров существует изначально и эти миры не расщепляются, а дифференцируются в процессах типа измерения. Но главная особенность данной версии ММИ, которая выглядит наиболее важной для квантовых вычислений, является способность миров интерферировать друг с другом в течение короткого времени. Результат интерферен-

ции может наблюдаться, что и делает возможным выполнение квантовых вычислений. Поскольку множественный мир состоит из огромного числа копий, существует реальный ресурс для организации интерференции большого числа альтернатив. В некотором смысле можно распорядиться достаточно большим числом копий и реализовать интерференцию множества теневых фотонов. Единственная проблема состоит в том, как использовать этот ресурс. Интерференция множественных миров может быть проиллюстрирована обобщенным экспериментом *Юнга*, в котором между источником фотонов и детекторов находится несколько экранов с множеством щелей (рассмотрение такой системы было отправной точкой для построения формализма интегралов по траекториям *Фейнманом*). Легко увидеть, что (при отсутствии отражения фотонов) моделирование такой системы не требует экспоненциального числа ресурсов, несмотря на то, что наивный подход требует учета экспоненциального числа путей фотона к детектору (рис. 3). Амплитуда вероятности соответствующего перехода может быть вычислена классически в ходе эффективной процедуры.

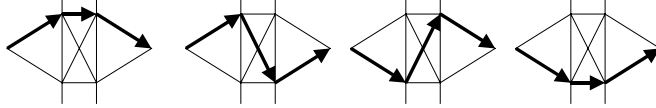
Такая процедура легко получается после погружения исходной задачи в семейство проблем определения амплитуды достижения каждой из щелей (рис. 4).

Очевидно, что решаемая система может быть описана с использованием всего  $Nb$  параметров (где  $N$  — число щелей в каждом из барьеров). Это соответствует ситуации факторизованного (не запутанного) квантового состояния. При рассмотрении реализации квантового обобщения нейронных систем не следует исключать из рассмотрения подобные системы уже по той причине, что они, как говорилось выше, не требуют использования экспоненциальных ресурсов. Однако, многомировая интерпретация свидетельствует, что эта система тем не менее обеспечивает такой ресурс. Более того, он в определенном смысле достается «даром». Действительно, можно сказать, что согласно ММИ экспоненциальное число «теневых» фотонов будут в действительности интерферировать с «реальным» фотоном на детекторе. Тратить такие ресурсы на решение проблемы, эффективно решаемой на обычном компьютере, кажется чрезмерной расточительностью. Действительно, каждый из фотонов на своем пути будет «рассчитывать» амплитуды перехода от щели к щели, не используя никакой информации о том, что фотоны из множества других миров многократно повторяют часть таких вычислений («коммуникация между различными ветвями невозможна» [64]). Однако, все эти фотоны вообще не производят никаких вычисле-

$$b = 1 \quad U = 2^1$$



$$b = 2 \quad U = 2^2$$



$$b = 3 \quad U = 2^3$$

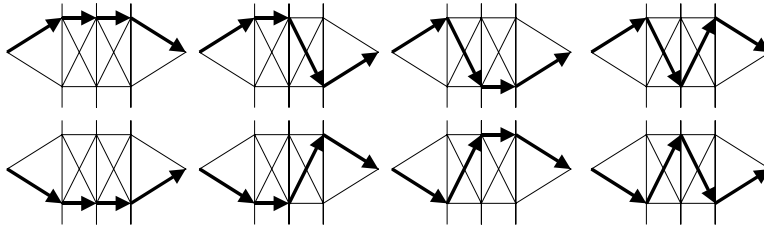
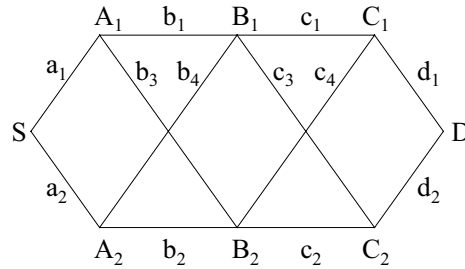


Рис. 3. В системе нескольких барьеров (с двумя отверстиями в каждом, в данном примере) число путей фотонов (миров) растет экспоненциально с числом барьеров,  $b$ .

ний! Поясним это рассматривая схему классического эксперимента Юнга (рис. 5).

Предположим, что источник фотонов расположен симметрично относительно расположения двух щелей в барьере, в то время как детектор смещен ниже точки проекции источника на экран. В этом случае первая траектория (проходящая через верхнюю щель) окажется длиннее второй (рис. 5). Рассмотрим соответствующую этой схеме пространственно-временную диаграмму, на которой пространственная переменная определяет расстояние до плоскости источника. Измеримой величиной является время срабатывания детектора  $t_D$ , тогда как время, в которое фотон покидает источник, неизвестно. Это связано с тем, что фотон может выбрать пути различной длины. Единственное условие состоит в том, что движение по любому из них должно закончиться в один и тот же момент,  $t_D$ . Следовательно, необходимо рассмотреть две интерферирующие альтернативы, в которых фотон



$$\langle D | S \rangle = \langle C_1 | S \rangle d_1 + \langle C_2 | S \rangle d_2$$

$$\langle C_1 | S \rangle = \langle B_1 | S \rangle c_1 + \langle B_2 | S \rangle c_4$$

$$\langle C_2 | S \rangle = \langle B_1 | S \rangle c_3 + \langle B_2 | S \rangle c_2$$

$$\langle B_1 | S \rangle = \langle A_1 | S \rangle b_1 + \langle A_2 | S \rangle b_4$$

$$\langle B_2 | S \rangle = \langle A_1 | S \rangle b_3 + \langle A_2 | S \rangle b_2$$

$$\langle A_1 | S \rangle = a_1$$

$$\langle A_2 | S \rangle = a_2$$

Рис. 4. Исходная задача вычислений амплитуды фотона достигнуть детектора погружается в семейство задач расчета амплитуды достижения каждого из отверстий, где амплитуды переходов для каждого из отрезков пути обозначены прописными буквами. Тогда, задача Коши для определения всех этих амплитуд может быть сформулирована (справа), решение которой требует числа операций, линейно растущих с числом барьеров.

испускается в два различных момента времени  $t_1$  и  $t_2$ . Поскольку перед барьером обе траектории имеют одинаковую длину, одинаков и их наклон на пространственно-временной диаграмме. Напротив, после барьера проекция импульса фотона на пространственную ось для первой траектории будет меньше, чем для второй. Это означает, что реальный (теневого) фотон должен начать движение по первой траектории раньше, чем теневой (реальный) по второй траектории, чтобы их время достижения детектора оказалось одинаковым. В ММИ предполагается, что действительно два фотона интерферируют в точке расположения детектора в момент  $t_D$ . Один из них, (неизвестно какой из двух), реален (tangible) и мог бы быть детектирован в нашем мире, например, при прохождении одной из щелей, в то время как другой, теневой (shadow), принадлежит другой ветви мира и не может быть обнаружен нами. Однако, он может интерферировать с

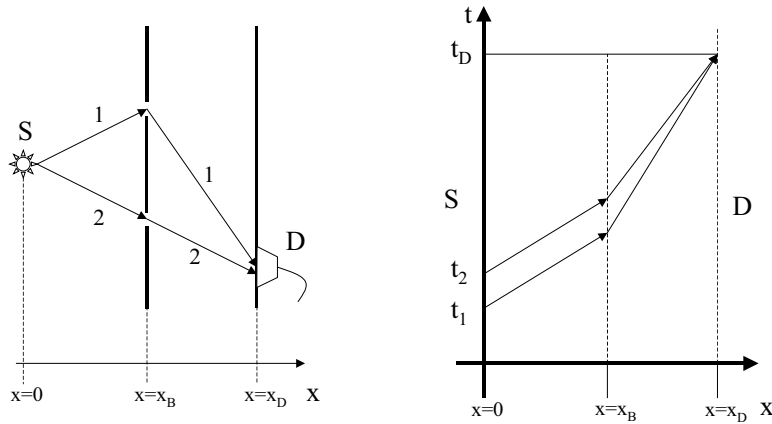


Рис. 5. Слева: Схема эксперимента Юнга. Справа: Пространственно-временная диаграмма, изображающая две траектории фотона, достигающего детектора при покидании источника в два различных момента времени  $t_1$  и  $t_2$ .

реальным фотоном и феномен этой интерференции можно наблюдать. Как пишет Дойч [14]:

«Если сложные движения теневого фотона в интерференционном эксперименте были бы просто возможностями, которые фактически не имеют места, то фактически не имели бы места явления интерференции, которые мы наблюдаем».

Неверно говорить, что оба фотона «вычисляют» соответствующие парциальные амплитуды и фазы по пути к детектору. Их фазы, например, не изменяются при движении вдоль траекторий. Напротив, фазы фотонов, покидающих когерентный источник, гармонически изменяются во времени, так что фотоны, покидающие источник в разные моменты времени, имеют ее разные значения [74]. Легко увидеть, что сутью процесса является отбор фотонов, который в дальнейшем приводит к дифференциации миров. Это же означает, что согласно ММИ экспоненциальный ресурс уже существует без запутывания квантовых состояний частиц и существование этого ресурса и проявляется в явлении интерференции. Повторим, что

этот ресурс может расходоваться неэкономным образом. Именно поэтому можно говорить, что данная интерференционная схема реализует квантовое вычисление. Она не использует запутанность, но и не требует взамен использования экспоненциального числа ресурсов в нашем мире (барьеров и щелей в них). Экспоненциальный ресурс обеспечивают теневые фотоны, которые не принадлежат нашей ветви множественного мира.

### **Эвристическая эффективность ММИ**

Приведенные выше рассуждения могут восприниматься критически, поскольку по мнению многих исследователей ММИ выглядит чрезмерно экзотической теорией. Удивительно, однако то, что эта интерпретация является тем не менее более материалистической, чем ортодоксальная формулировка квантовой механики. В последней центральную роль играет наблюдатель, а существование объективной реальности по сути отрицается. Не случайно книга *Д. Дойча* [8], в которой защищается взгляд ММИ называется «*Структура реальности*». Слово *реальность* представляется здесь ключевым. Однако, здесь более уместно привести другие, практические, аргументы в пользу эффективности использования ММИ для объяснения физических явлений.

Выше уже отмечалось, что использование ММИ нашло наиболее широкое применение в квантовой космологии и квантовых вычислениях. Это сложные области. Приведем более простые примеры ее эффективного применения для разрешения парадоксов, связанные в измерениями, в которых отсутствует взаимодействие измерительного прибора с анализируемой системой, а также для объяснения явления фактически не производимых вычислений.

### **ММИ в измерениях процессов без взаимодействий**

Существуют разнообразные парадоксы подобные парадоксам измерений без взаимодействия, описанных в [75, 76]. В них, однако, рассматриваются изменения квантовых состояний системы при отсутствии взаимодействия с ней. Различные варианты измерений без взаимодействий были предложены *А. Элицуром* и *Л. Вайдманом* [77], *Л. Вайдманом* [73, 78], *Р. Пенроузом* [79] и *Л. Харди* [80]. Этот тип парадоксов связан с получением информации об объекте без взаимодействия с ним. Причина их появления объясняется

*Л. Вайдманом* следующим образом [78]:

«Законы физики относятся к миру в целом, и не удивительно, что рассмотрение только части его ведет к парадоксальным ситуациям. Рассмотрение физической вселенной, то есть всех миров вместе взятых, разрешает эти парадоксы».

Рассмотрим следуя [78] простейшую версию так называемого парадокса испытания бомбы. Предположим, что имеется объект, любое взаимодействие с которым ведет к его взрыву. Можно ли определить место его нахождения так, чтобы он не взорвался? Рассмотрим интерферометр Маха-Зендера (рис. 6) устроенный таким образом, что фотон может попасть только в детектор 1 и никогда не попадает в детектор 2 (последнее обстоятельство определяется деструктивной интерференцией амплитуд). Этот интерферометр располагается так, что один из путей фотона проходит через сверхчувствительную бомбу. В этом случае однофотонный эксперимент может иметь три возможных результата: бомба взрывается; срабатывает детектор 1; срабатывает детектор 2. Если срабатывает детектор 2, то цель достигнута — бомба обнаружена без ее взрыва. Заметим, что вероятность такого события составляет 25%. Парадокс, связанный с этим экспериментом, может быть сформулирован следующим образом: Единственное взаимодействие бомбы с внешним миром реализуется посредством ее взрыва. Тем не менее, рассматриваемая схема эксперимента позволяет найти бомбу не взрывая ее.

Разрешение парадокса, представленное в [78], состоит в следующем. Необходимо рассмотреть три мира, в которых: 1) бомба взрывается; 2) первый детектор срабатывает; 3) второй детектор срабатывает. Получение информации о присутствии бомбы в мире 3 возможно потому, что в мире 2 фотон попадает в бомбу и взрывает ее. Таким образом, взаимодействие в действительности происходит, но не в той ветви мира, в которой заканчивается обсуждение положительного результата эксперимента. Другими словами, теневой фотон взрывает бомбу, в то время как реальный, к счастью, попадает во второй детектор. Это однако не означает, что экспериментаторы не могут взорваться сами. Таким образом, здесь ММИ говорит о некотором дополнительном квантовом ресурсе, который позволяет получить информацию без реального измерения в мире, который оказывается для нас реальным.

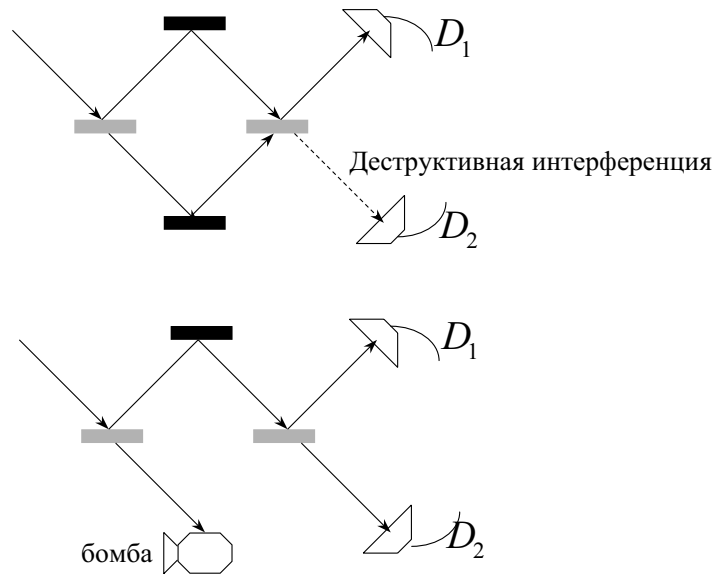


Рис. 6. *Вверху*: в отсутствие бомбы деструктивная интерференция реального и теневого фотонов принадлежащих двум различным мирам исключают срабатывание второго детектора. *Внизу*: В присутствии бомбы теневого фотон будет взрывать ее, в то время как реальный фотон, вследствие отсутствия интерференции может достигнуть второго детектора, предоставив нам информацию о присутствии бомбы.

### ММИ в фактически не производимых вычислениях

Использование ММИ для объяснения сущности фактически не производимых вычислений (*counterfactual computations*) проясняет, как вычисления, производимые в параллельных мирах, могут быть использованы для получения информации без проведения вычислений в нашем мире. Рассмотрим вариант такой ситуации, используя упрощенную версию схемы, предложенной недавно Дж. Митчисоном и Р. Джозсой [81]. Предположим, что имеется квантовый компьютер, который в действительности способен реализовать некоторое вычисление, если его включить. Можно ли получить информацию о результате такого вычисления, не включая компьютер? Другими словами, требуется получить информацию «бесплатно», держа ком-



пьютер выключенным. Оказывается, что *иногда* это возможно. Рассмотрим элементарный квантовый компьютер, состоящий из единственного гейта — CNOT. Этот компьютер может обработать состояние двухкубитного регистра, один из кубитов которого является контрольным (*control*), а второй целевым (*target*).

Целевой кубит ( $t$ ) получает входное значение и воспроизводит выходное значение. Таким образом, можно рассматривать его как выход компьютера. Будем предполагать, что входное значение этого кубита известно и всегда равно 0. Если компьютер включен, то результат вычисления будет зависеть от состояния контрольного кубита,  $c : |0\rangle|c\rangle \rightarrow |c\rangle|c\rangle$ . Предположим однако, что когда компьютер включен, реальное состояние контрольного кубита неизвестно. Более того, доступ к состоянию этого кубита невозможен. Таким образом, кажется, что для того чтобы узнать его состояние (что то же самое, что узнать результат вычисления), необходимо включить компьютер и считать состояние выходного (целевого) кубита. Оказывается, что это нужно не всегда. Введем в наш компьютер выключатель. Он будет управляться дополнительным кубитом. Если состояние этого кубита 0, компьютер не будет вычислять CNOT. Если состояние выключателя 1, вычисление производится. Схема такого компьютера показана на рис. 7 и по сути представляет собой *гейт Тоффоли*. Таким образом, состояние компьютера может быть описано волновой функцией

$$|\Psi\rangle = |t\rangle|c\rangle|s\rangle, \quad (8)$$

и его работа может быть описана следующим образом:

$$|0\rangle|c\rangle|s\rangle \rightarrow \begin{cases} |0\rangle|c\rangle|s\rangle, & \text{если } s = 0 \quad (\text{computer is off}) \\ |c\rangle|c\rangle|s\rangle, & \text{если } s = 1 \quad (\text{computer is on}) \end{cases} \quad (9)$$

Введем квантовый протокол (последовательность унитарных преобразований, измерений и обменов квантовых состояний), который будет описывать преобразования доступных целевого кубита и кубита, управляющего выключателем. Целью операций будет получение информации о состоянии контрольного кубита в ситуации, когда компьютер будет все время в выключенном состоянии.

Вначале переведем доступные кубиты  $|t\rangle|s\rangle$  в состояние  $|0\rangle|0\rangle$ . Затем, вектор состояния второго кубита вращается на угол  $\theta = \pi/4$ , после чего его состояние становится равным  $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ . Состояние пары доступных

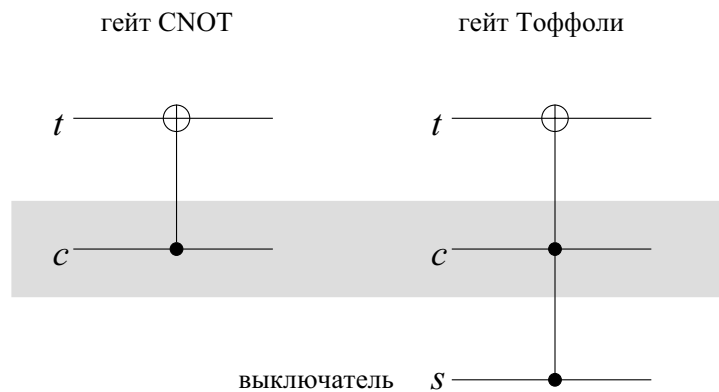


Рис. 7. Слева: Простейший квантовый компьютер, реализующий гейт CNOT. Справа: Компьютер с выключателем (гейт Тоффоли). Состояние контрольного (затемненного) кубита недоступно.

кубитов становится равным

$$|0\rangle \otimes (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}. \quad (10)$$

Таким образом, компьютер переводится в суперпозицию состояний, в которой он одновременно включен и выключен. Скопируем эти значения кубитов в соответствующие регистры компьютера и позволим ему действовать. Здесь действие будет заключаться в том, чтобы одновременно работать и не работать. После такого действия состояния доступных регистров преобразуются в

$$|00\rangle + |c1\rangle/\sqrt{2}, \quad (11)$$

поскольку если компьютер работает (кубит выключателя в состоянии 1), то состояние контрольного кубита появится в качестве состояния выходного кубита. Если измерить состояние только первого кубита и окажется, что оно равно 1, то это будет означать, что компьютер был включен и состояние скрытого (контрольного) кубита также было равно 1 (это также будет означать, что компьютер был в запутанном состоянии). Но если состоянием первого кубита окажется 0, то это будет означать, что либо  $c = 1$  и мы

вновь оказываемся в начальном состоянии  $|00\rangle$ , или же  $c = 0$  и система после измерения остается в суперпозиции  $(|00\rangle + |01\rangle)/\sqrt{2}$ . Предположим, что реализовалась первая возможность. Тогда действительно  $c = 1$ , но мы обнаруживаем первый кубит в состоянии 0. Это означает, что компьютер был выключен. Заметим, что если  $c = 1$ , вероятность последнего события равна 0.5. Начиная с состояния  $|00\rangle$ , повторим вращение состояния кубита-выключателя, что вновь переведет состояние доступных кубитов в  $|0\rangle \otimes (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ . Действие компьютера вновь переведет его в  $|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$  (предполагается, что  $c = 1$ ). Теперь измерим состояния обоих доступных кубитов. Вновь с вероятностью 1/2 будет обнаружено, что  $|s\rangle = |1\rangle$ , то есть компьютер был включен и мы получаем результат вычислений. Однако, с вероятностью 1/2, вновь будет получено состояние 0, что будет означать то, что компьютер вновь не работал. Полная вероятность такого результата после двух шагов составит 0.25. Рассмотрим последнюю возможность, при которой дважды обнаруживается невключенный компьютер. Оказывается, в этом случае можно заключить, что  $c = 1$  и можно предсказать результат работы компьютера не включая его! Почему?

Вернемся к все еще не рассмотренному случаю когда  $c = 0$  и после первого шага два доступных кубита находятся в суперпозиции  $|0\rangle \otimes (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ . Во время следующего шага можно довернуть далее состояние второго кубита, что даст следующее квантовое состояние доступных кубитов:

$$|0\rangle \otimes (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2} \rightarrow |0\rangle \otimes (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2} + (-|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2} \equiv |01\rangle. \quad (12)$$

Действие компьютера оставит это состояние неизменным. Деструктивная интерференция полностью исключает возможность оказаться в состоянии  $|00\rangle$  после второго шага, если  $c = 0$ ! Действительно, если измерить состояния двух доступных кубитов в последнем случае, то мы безусловно найдем, что компьютер был включен и  $c = 0$ . Таким образом, если мы дважды обнаружим, что компьютер выключен, это будет означать, что  $c = 1$  и если включить такой компьютер, то результат вычислений будет  $t = 1$  (рис. 8). Отсюда делается заключение, что в нашем мире можно получить информацию о результате вычислений, фактически не проводя их. Но вычисления в других мирах, в которых компьютер может работать, а также их интерференция обеспечивает квантовый ресурс, позволяющий получать информацию бесплатно.

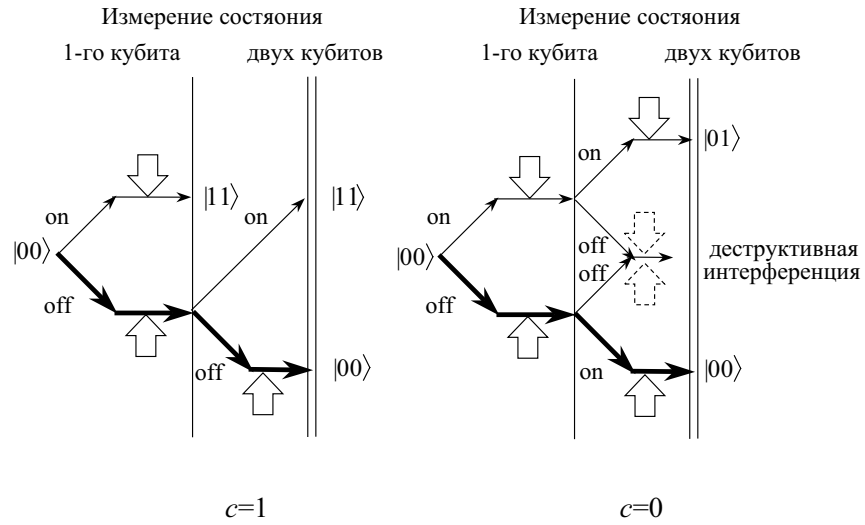


Рис. 8. Слева: В случае  $c = 1$  существует мир, в котором компьютер будет все время выключен и конечные состояния целевого кубита и кубита-выключателя после двух шагов будет  $|00\rangle$ . Справа: В случае  $c = 0$  деструктивная интерференция двух миров исключает для этого регистра возможность оказаться при наблюдении в состоянии  $|00\rangle$ . Только состояние  $|01\rangle$  может быть обнаружено в данном случае. Это позволяет заключить, что в случае наблюдения состояния  $|00\rangle$ , соответствующего неработающему компьютеру, контрольный кубит находится в состоянии  $c = 1$ .

**ММИ и парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена**

ММИ может быть использована и для разрешения парадокса ЭПР, который может быть сформулирован так. Рассмотрим частицу с нулевым спином, которая распадается на две одинаковые частицы со спином половина, движущиеся затем в противоположных направлениях вдоль оси  $x$ . Волновая функция этих частиц в базисе проекции спина на ось  $z$  может быть записана в виде:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_z|0\rangle_z - |1\rangle_z|1\rangle_z). \tag{13}$$

Измерим проекцию спина первой частицы на ось  $z$ . Это измерение не может воздействовать на вторую частицу, но тем не менее также дает однозначную информацию о ее проекции на ось  $z$ . Согласно ЭПР это означает, что проекция спина второй частицы на ось  $z$  представляет собой элемент физической реальности. Такое же рассуждение может быть повторено, если мы измерим проекцию спина первой частицы на ось  $y$ . Результат этого измерения будет однозначно свидетельствовать о проекции на ось  $y$  спина второй частицы. Следовательно, эта проекция также представляет собой элемент физической реальности. Известно, однако, что операторы проекций спина на оси  $y$  и  $z$  не коммутируют и поэтому законы квантовой механики не позволяют обеим этим проекциям одновременно быть элементами физической реальности. В этом и заключается парадокс ЭПР, из которого в свое время *Эйнштейном* было сделано заключение о том, что структура квантовой механики не полна.

Этот парадокс, однако, отсутствует в эвереттовской формулировке квантовой механики [82, 83]. Согласно ей, необходимо рассмотреть два параллельных мира. Если измеряется  $z$ -компонента первого спина, то в одном из них она имеет значение  $+1/2$ , а во втором  $-1/2$  и наоборот. Но знание проекции второго спина не означает, что он был элементом реальности до измерения, поскольку он имел два различных значения в двух различных мирах. Таким образом, в ММИ парадокс ЭПР не имеет места. Комментируя растущую популярность ММИ, Уиттекер [83] заметил [78]:

«Мы чувствуем, что отчасти популярность проистекает из веры в то, что несмотря на странность понятий они действительно, по крайней мере объясняют факты».

### Квантовые нейронные системы

Какое отношение могут иметь обсуждавшиеся выше вопросы к проблеме создания *квантовой* нейротехнологии? Заметим, что важной особенностью современной *классической* нейротехнологии является ее аналоговость. Как отмечал во время дискуссии 2000 года *Юрген Шурманн*:

«Фундаментальное различие между традиционными и нейровычислениями заключается в цифровой природе первых и аналоговой природе вторых».

Следовательно, первые выводы который можно сделать, таковы:

- I. Квантовые аналоги классических искусственных нейронных сетей не обязаны оперировать с кубитами, поскольку современные искусственные нейронные сети, как правило, оперируют не с битами, а с аналоговыми сигналами. Это делает проблему запутанности состояний кубитов не имеющей *прямого отношения* к квантовым аналоговым нейронным системам.
- II. Квантовые вычисления имеют дело с решением задач, а не с вычислением функций, свойственным нейровычислениям. При этом, квантовая реализация булевых функций, так же как и их классическая нейросетевая реализация, требует в общем случае использования экспоненциального числа операций (заметим, однако, что использование квантовых аналогов бинарных весов позволяет достичь экспоненциальной экономии физических ресурсов, заменив сеть нейронов единственным элементом).
- III. Проблема экспоненциального роста ресурсов с ростом размерности задачи не так остра для классической нейротехнологии, поскольку она не использует алгоритмический подход и не применяется для точной реализации функций. Вместо этого, нейротехнология применяется для аппроксимации функций, используя обучение на ограниченном числе примеров. Нейронная технология обычно имеет дело с образами (широкополосными сигналами, соответствующими  $d > 100$ ), для которых как закон Рента, так и экспоненциальный рост числа логических операций универсального алгоритма препятствуют использованию экспоненциального числа ресурсов.

Какой же может быть квантовая нейротехнология и какие задачи она могла бы решать? В уже проведенных исследованиях были сформулированы важные предпосылки создания квантовых нейронных сетей. Отметим некоторые из них.

- Перус провел некоторые аналогии между формализмом квантовой механики и теории нейронных сетей [84];
- Меннеер и Нараянан использовали ММИ для построения модели квантовой нейронной сети [5];
- Берман с сотрудниками [85] показали, что нелинейность, необходимая для построения нейроподобных моделей, естественно содержится в квантово-механическом формализме интегралов по траекториям

и связана с тем, что амплитуда для данного пути является экспонентой (нелинейной функцией) действия<sup>2</sup>.

- *Вентура* и *Мартинец* показали, что квантовая модель ассоциативной памяти может иметь экспоненциальную емкость, что существенно превосходит возможности классической нейронной памяти [86].

Необходимо заметить, что квантовая нейротехнология это не только некоторые новые *квантовые алгоритмы*, но и новая *нейротехнология*. Многие парадигмы нейронных сетей, однако, основаны на введении новых типов нейронов и новых архитектур связей между ними. В частности, новый тип значения, который может принимать выход нейрона, обычно связан с новой нейронной парадигмой и приложениями.

В модели квантового нейрона, описанной в [29] амплитуда фотона на выходе системы использовалась как выход нейрона, а интерференция амплитуд фотонов из многих миров использовалась для аппроксимации значений функции многих переменных. Однако, в квантовых вычислениях фотон может использоваться как система, реализующая значения кубитов, а также как квантовый гейт (взаимодействующий, например, с системой спинов, реализующих эти кубиты). Значит и фотон, формируемый в нейронподобной систем, может служить как квантовый гейт для квантовых вычислений.

Таким образом, можно придти к идее нейрона, выходом которого является квантовый гейт, то есть квантовый объект, который может изменять состояние кубитов [87]. Если квантовая нейротехнология сосредоточится на создании таких управляемых квантовых гейтов, то она естественным образом уйдет от дискуссии о том, является ли она действительно квантовой или нет. Действительно, в то время как понятие *квантового вычисления* является предметом серьезной дискуссии, понятие *квантового гейта* находится вне обсуждения. Если же отличительной чертой квантового нейрона становится та, что он имеет в качестве выхода квантовый гейт, то возникает естественная для нейротехнологии проблема определения, возможно ли реализовать заданный квантовый гейт при заданном значении входа на нейрон, то есть реализовать произвольную операторную функцию входов?

---

<sup>2</sup>В отличие, например, от подхода, используемом в [88], где нелинейность связывается с коллапсом волновой функции.

## Проблема создания квантовых компьютеров второго типа и физическое моделирование

### Квантовое управление и реализация управляемых квантовых гейтов

Упомянутый пример реализации управляемого квантового гейта использует классическую схему многощелевой интерференции. Однако, существуют и другие возможные схемы, которые разрабатываются сейчас с целью реализации квантового управления. Подобно тому, как квантовые вычисления используют деструктивную интерференцию ложных решений и конструктивную интерференцию искомым, современные методы квантового контроля используют интерференцию путей, по которым может идти, например, химическая реакция, для увеличения ее желаемого выхода. Такие методы называются *когерентным* или *фазовым контролем*. Для его реализации используются лазеры, генерирующие ультракороткие (фемтосекундные) импульсы [89]. При этом, методы определения искомым форм лазерного импульса основаны на минимизации целевого функционала и по сути не отличаются от методов обучения нейронных сетей. Схемы квантового контроля могут реализовывать:

- контроль молекулярного движения и связей для синтеза новых молекул;
- контроль нелинейных оптических процессов;
- контроль движения электронов в полупроводниках.

Развитая в этой области исследований экспериментальная техника идеально подходит для создания управляемых квантовых гейтов. Она использует настройку фаз путей реализации процессов, приводящую к построению сложной формы лазерного импульса, который, воздействуя на атом или молекулу, участвующую в данном химическом процессе, играет роль, аналогичную квантовому гейту.

Но зачем квантовым компьютерам управляемые квантовые гейты? Ведь для их работы необходимо измерять состояние квантового компьютера и использовать его для изменения унитарного преобразования. Однако, такое измерение разрушит когерентность квантового состояния и не позволит завершить квантовое вычисление?

Это действительно так для подавляющего большинства рассматриваемых ныне схем. Однако существуют и другие схемы квантовых компьютеров, для которых процедура измерения квантовых состояний необходима



в ходе их работы. Это так называемые *квантовые компьютеры второго типа*, придуманные Д. Елезом [28].

### **Квантовые компьютеры второго типа**

Квантовые компьютеры второго типа используют для работы как квантовый, так и классический параллелизм. Они представляют собой большой массив параллельно работающих небольших квантовых компьютеров, связанных друг с другом с помощью классических каналов передачи данных. Этот тип квантовых компьютеров отличают от квантовых компьютеров, в которых когерентное состояние характеризует компьютер в целом. Квантовые компьютеры представляют из себя гибридные системы, но их вычислительная мощность также экспоненциально возрастает с ростом числа кубитов в составляющих его элементарных квантовых компьютеров. Квантовые компьютеры второго типа имеют то преимущество, что в них не требуется длительное удержание когерентности состояний элементарных компьютеров. Это делает их реализацию значительно более простой задачей. Существенно также, что они не требуют и запутанности квантовых состояний элементарных компьютеров, поэтому их ЯМР реализации интактны к критике по поводу отсутствия запутанности, которой подвергаются обычные квантовые компьютеры. Кроме того, если существует значительная неопределенность в ответе на вопрос, какие приложения найдут обычные квантовые компьютеры [90], квантовые компьютеры второго типа могут определенно найти применение для моделирования физических процессов (эти задачи были типичны и для первых классических компьютеров). Решение многомерных задач гидродинамики, например, методами решеточного газа, требует определения узлов пространственной вычислительной сетки, для представления которых при ЯМР-реализации квантовых компьютеров могут использоваться макроскопические элементы жидкости, содержащие порядка  $10^{18}$  элементарных квантовых компьютеров (спинов некоторых ядер в молекулах жидкости). Именно это макроскопическое число вычислителей в одном узле позволяет реализовать и классический параллелизм вычислений. Сигнал, снимаемый с такого элементарно объема, дает ожидаемое значения заселенности состояний кубитов в элементарных компьютерах. Совместно с квантовым параллелизмом, который реализуется при унитарных преобразованиях кубитов, это дает возможность обойти проблему усреднения значений физических величин при моделировании процессов с помощью классических моделей решеточного газа.

В квантовых компьютерах второго типа после этапа унитарного преобразования состояний кубитов следует измерение их заселенности. Это разрушает когерентность (что в данном случае не страшно). Информация, полученная в данном узле компьютера, используется для реинициализации квантовых состояний кубитов в других узлах, что соответствует классической передаче данных. Как работают квантовые компьютеры, лучше всего проиллюстрировать на примере решения простейшей задачи — моделирования диффузии частиц.

### Уравнение диффузии

Первым физическим процессом, для моделирования которого была аргументирована возможность использования квантовых компьютеров второго типа, была одномерная диффузия [91]. Для слежения за плотностью частиц в  $L$  точках прямой, каждой из них (узлу) сопоставляется макроскопический ансамбль элементарных двухкубитных квантовых компьютеров (реализованных, например, спинами углерода-13 и водорода, входящими в молекулу хлороформа,  $\text{CHCl}_3$ ). Состояния этих двух кубитов являются когерентными в течение лишь небольшого времени. Состояние первого кубита используется для представления плотности частиц движущихся в данном узле вправо, а второго — влево.

Волновая функция, описывающая состояние всего компьютера, может быть записана так:

$$|\psi\rangle = \prod_{l=0}^{L-1} |q_1(x_0 + l, t)\rangle \otimes |q_2(x_0 + l, t)\rangle. \quad (14)$$

Для каждого узла

$$|q_a(x, t)\rangle = \alpha_a |0\rangle + \beta_a |1\rangle, \quad |\alpha_a|^2 + |\beta_a|^2 = 1. \quad (15)$$

Инициализация амплитуд базисных состояний кубитов осуществляется в соответствии с начальным распределением частиц, движущихся в двух противоположных направлениях  $f_a(x)$ ,  $a = 1, 2$ :

$$\alpha_a(x, 0) = \sqrt{1 - f_a(x)}, \quad \beta_a(x, 0) = \sqrt{f_a(x)}, \quad (16)$$

При этом предполагается, что инициализированные (и реинициализированные) амплитуды всегда являются действительными числами.

Эволюция состояний кубитов в узлах реализуется последовательным применением квантового оператора соударений и классического оператора переноса.

**Шаг 1: Соударение.** Унитарный оператор соударения

$$\begin{pmatrix} e^{-i\pi/4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\pi/4} & \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\pi/4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\pi/4} & \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\pi/4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\pi/4} \end{pmatrix} \quad (17)$$

одновременно применяется ко всем кубитам во всех узлах. После применения этого оператора начальное состояние кубитов элементарного квантового компьютера

$$\begin{aligned} \alpha_1\alpha_2 |00\rangle + \alpha_1\beta_2 |01\rangle + \alpha_2\beta_1 |10\rangle + \beta_1\beta_2 |11\rangle = \\ = (\beta_1\beta_2, \alpha_2\beta_1, \alpha_1\beta_2, \alpha_1\alpha_2)^T \end{aligned} \quad (18)$$

преобразуется в запутанное состояние

$$\begin{aligned} (\beta_1\beta_2 e^{-\frac{i\pi}{4}}, \frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_1\alpha_2 e^{-\frac{i\pi}{4}} + \beta_2\alpha_1 e^{\frac{i\pi}{4}}), \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_1\alpha_2 e^{\frac{i\pi}{4}} + \beta_2\alpha_1 e^{-\frac{i\pi}{4}}), \alpha_1\alpha_2 e^{-\frac{i\pi}{4}})^T. \end{aligned} \quad (19)$$

**Шаг 2: Измерение.** Вероятность обнаружить частицу, движущейся в определенном направлении в данном узле, определяется измерением заселенности состояний соответствующего кубита и это измерение проводится для всех узлов. Поскольку сигнал получается от макроскопического числа элементарных компьютеров в узле, то заселенности определяются с высокой точностью. Как следует из (19), для обоих кубитов эти вероятности оказываются после соударения одинаковыми (термализация):

$$\tilde{f}_1 = \tilde{f}_2 = \beta_1^2\beta_2^2 + \frac{\alpha_1^2\beta_2^2 + \alpha_2^2\beta_1^2}{2} = \frac{\beta_1^2 + \beta_2^2}{2} = \frac{f_1 + f_2}{2}. \quad (20)$$

Последнее соотношение непосредственно следует из нормировки начального состояния обоих кубитов. Итак, заселенности состояний обоих кубитов после соударения оказываются одинаковыми в данном узле, однако они различаются в разных узлах.

**Шаг 3: Перенос.** Состояние первого кубита в данном узле реинициализируется согласно заселенности базисных состояний кубита, являющегося его соседом слева, а состояние второго кубита — в соответствии с заселенностью второго кубита справа.

$$|q_1(x, t + \tau)\rangle = \sqrt{\tilde{f}_1(x-l, t)} |1\rangle + \sqrt{1 - \tilde{f}_1(x-l, t)} |0\rangle. \quad (21)$$

$$|q_2(x, t + \tau)\rangle = \sqrt{\tilde{f}_2(x+l, t)} |1\rangle + \sqrt{1 - \tilde{f}_2(x+l, t)} |0\rangle. \quad (22)$$

Поскольку заселенности в узлах, находящихся слева и справа от рассматриваемого, в общем случае различны, то и состояния кубитов в данном узле вновь становятся разными.

Реализация описанных выше трех шагов приводит к генерации нового квантового состояния квантового компьютера второго типа в целом в следующий дискретный момент времени  $t + \tau$ . Такая процедура последовательно повторяется, с целью моделирования истории эволюции начального распределения частиц (диффузии).

Плотность частиц  $\rho(x, t) = f_1(x, t) + f_2(x, t)$  в точке  $x$  перед осуществлением шага переноса составляет  $\rho(x, t) = d(x) \equiv 2f_1(x) = 2f_2(x)$ . После переноса она становится равной:

$$\rho(x, t + \tau) = \frac{1}{2}[d(x+l) + d(x-l)]. \quad (23)$$

Следовательно, разностное уравнение для плотности частиц имеет форму

$$\rho(x, t + \tau) - \rho(x, t) = \frac{1}{2}[d(x+l) - 2d(x) + d(x-l)]. \quad (24)$$

или

$$\rho(x, t + \tau) - \rho(x, t) = \frac{1}{2}[\rho(x+l, t) - 2\rho(x, t) + \rho(x-l, t)]. \quad (25)$$

и имеет первый порядок по времени и второй по пространственной переменной.

В пределе, при использовании тейлоровского разложения по  $x$  и  $t$ , последнее соотношение переходит в

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = \frac{l^2}{2\tau} \frac{\partial^2 \rho(x, t)}{\partial x^2}, \quad (26)$$

что в точности дает одномерное уравнение диффузии.

Можно показать, что аналогичный подход может быть распространен на решения значительно более сложных задач, например, моделирование трехмерной динамики жидкости, решение уравнений Шрёдингера и Дирака и т. п., но построение соответствующих квантовых операторов при этом значительно усложняется.

Совсем недавно описанная схема моделирования диффузии на квантовых компьютерах второго типа была реализована в Массачусетском технологическом институте с помощью техники ЯМР. Марко Правиа, Жиунг Чен, Дэвид Кори и Джеффри Йепез [92] использовали раствор хлороформа, спины ядер углерода и водорода в молекулах которого представляли собой необходимые элементарные двухкубитовые компьютеры. Внешнее магнитное поле порядка 10Т создавало разницу между энергиями спинов, ориентированных по полю и против него, достаточную для того чтобы перевести систему в равновесное намагниченное состояние. При комнатной температуре отношение  $\delta E/kT$  имеет порядок  $10^{-6}$  и поэтому полная намагниченность относительно мала, но поскольку полное число молекул составляет  $\sim 10^{18}$ , она легко детектируется. Необходимая информация вводится в систему с использованием градиента магнитного поля (обеспечивающего адресацию) и радиочастотных импульсов. При реализации оператора соударений использовалось то обстоятельство, что пренебрегая не имеющей значения общей фазой, он может быть записан в виде:

$$\hat{U} = \exp \left[ -i \frac{\pi}{8} (\sigma_x^1 \sigma_x^2 + \sigma_y^1 \sigma_y^2 + \sigma_z^1 \sigma_z^2) \right]. \quad (27)$$

Таким образом, оператор соударений факторизуется в виде произведения трех коммутирующих операторов, каждый из которых легко реализуется скалярным оператором гамильтониана плюс необходимое односпиновое вращение. Авторы [92] реализовали описанную схему, используя систему из 16 узлов, показав хорошее качественное совпадение результатов экспериментов и компьютерного моделирования.

### Инвариантное погружение

Рассмотренная диффузия частиц происходит в пространстве и времени и квантовый компьютер второго типа используется для определения временной эволюции пространственного распределения частиц. Однако, это не

единственно возможная эволюционная переменная. Первым на это обратил внимание Ричард Беллман [93], который, находясь под впечатлением от работ В. А. Амбарцумяна [94] и С. Чандрасекара [95] по теории переноса излучения, сформулировал общий метод постановки задач математической физики — *метод инвариантного погружения*. Понять сущность этого метода легко, если вспомнить известный исторический случай, происшедший с Гауссом в школе. Как известно, учитель попросил учеников просуммировать все числа от 1 до 100, и пока все они методично складывали число за числом, Гаусс быстро подсчитал результат, пользуясь фактически формулой для суммы арифметической прогрессии. Задумаемся, однако, о том, что же получили в конце концов его незадачливые одноклассники. Они не только нашли сумму 100 первых чисел, но также и суммы первых 99, 98 и т. д. чисел. Фактически, они решили не одну, а целое семейство задач — нахождение суммы первых  $n$  чисел, где  $n = 1, \dots, 100$ . Конкретная задача — нахождение суммы ста первых чисел была ими *погружена* в это семейство, а для связи задач в семействе было неявно использовано свойство инвариантности, которое заключается в том, что если к сумме  $(n - 1)$  чисел прибавить  $n$ -е число, то от этого прежняя сумма  $(n - 1)$  чисел не изменится (ассоциативность сложения).

Беллман показал, как можно, используя различные свойства инвариантности и способы погружения, формулировать проблемы математической физики в виде задач с начальными условиями (задачи Коши), для решения которых обычные фон-Неймановские компьютеры идеально приспособлены. Главным успехом этого осознания явилось создание метода динамического программирования.

Продemonстрируем, как с помощью метода инвариантного погружения можно решить элементарную задачу об отражении частиц от одномерного стержня, а потом наметим, как она может быть решена с помощью квантовой нейронной системы.

### Отражение частиц от стержня

Предположим, что на одномерный однородный стержень слева падает частица, которая может двигаться в нем только в двух направлениях (вперед и назад), рассеиваться при взаимодействии с ядрами среды (с равной вероятностью вперед и назад) и поглощаться этими ядрами. Для того, чтобы найти вероятность отражения частицы от стержня, можно рассмотреть семейство задач, в которых длина стержня является переменной. Нетрудно

показать, что эта вероятность удовлетворяет конечно-разностному нелинейному уравнению

$$r(x + \Delta) = r(x) + c/2 + (c - 2)r(x) + cr^2(x), \quad (28)$$

где  $x$  — оптическая длина стержня, а  $c$  — альбеда однократного рассеяния,  $c = \sigma_s/\sigma_t$ ,  $\sigma_s$  — дифференциальное сечение рассеяния,  $\sigma_t$  — полное сечение взаимодействия частиц с ядрами среды.

К этому уравнению добавляется очевидное начальное условие для стержня нулевой оптической длины

$$r(0) = 0. \quad (29)$$

Совместно, уравнение (28) и начальное условие (29) составляют задачу Коши, которая может быть решена численным интегрированием (в данном простейшем случае решение легко находится аналитически). Кроме легкости численного решения задач Коши на фон-Неймановских компьютерах, использование метода инвариантного погружения для постановки задач математической физики имеет и то преимущество, что важные характеристики полей излучения — функция отражения (играющая ключевую роль в астрофизике), функция пропускания (знание которой необходимо при расчете защиты от излучений), а также интегральные скорости реакций (определяющие накопление изотопов в ядерных и термоядерных установках) могут быть определены без нахождения полей излучения во внутренних точках среды. Это позволяет, в частности, использовать меньшее число элементарных узлов квантовых компьютеров второго типа и квантовых нейрокомпьютеров.

### Квантовый подход

Как функция отражения  $r(x)$  могла бы быть найдена с использованием гипотетического квантового нейрокомпьютера? Введем в рассмотрение дополнение функции отражения — вероятность частице *не отразиться* от слоя,  $\tilde{r}(x)$ . Она равна вероятности частице пройти стержень плюс вероятность поглотиться в нем. Уравнение для этой вероятности легко получить из соответствующих уравнений для функций пропускания и поглощения. Вместе, эти две функции удовлетворяют следующей однородной, но нелинейной системе уравнений:

$$\begin{cases} r(x + \Delta) = A(r)r(x) + c/2\tilde{r}(x), \\ \tilde{r}(x + \Delta) = (1 - A(r))r(x) + (1 - c/2)\tilde{r}(x), \end{cases} \quad (30)$$

где  $A(r) = 3c/2 + c/2r(x) - 2$ . Очевидно, при этом, что  $r(x) + \tilde{r}(x) = 1$ .

Найдем такой унитарный оператор  $\hat{U}$ , для которого

$$\begin{pmatrix} \sqrt{r(x+\Delta)} \\ \sqrt{\tilde{r}(x+\Delta)} \end{pmatrix} = \hat{U} \begin{pmatrix} \sqrt{r(x)} \\ \sqrt{\tilde{r}(x)} \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Будем искать его в виде

$$\begin{pmatrix} e^{i\pi/4} \cos(\frac{\theta}{2}) & e^{-i\pi/4} \sin(\frac{\theta}{2}) \\ e^{-i\pi/4} \sin(\frac{\theta}{2}) & e^{i\pi/4} \cos(\frac{\theta}{2}) \end{pmatrix}. \quad (32)$$

где  $\theta$  — неизвестный параметр. Легко показать, что для этого необходимо положить

$$\theta(r) = 2 \arccos \left( \frac{A(r) + (1-r)(c/2 - 1)}{2r(x) - 1} \right). \quad (33)$$

То есть задачу можно решить, лишь используя семейство унитарных преобразований  $U(r)$ , действующих на состояние единственного кубита

$$|q(x)\rangle = \sqrt{r(x)} |0\rangle + \sqrt{\tilde{r}(x)} |1\rangle. \quad (34)$$

Здесь и появляется потребность в управляемых квантовых гейтах. Действительно, чтобы найти значение коэффициента отражения для стержня длины  $x + \Delta$ , необходимо использовать его известное (измеренное) значение для стержня длиной  $x$  для формирования нового унитарного преобразование  $\hat{U}(r(x))$ . Причиной возникновения такой потребности является нелинейность уравнений метода инвариантного погружения, а выгода состоит в использовании меньшего числа ячеек квантового нейрокompьютера, который оперирует лишь с наблюдаемыми характеристиками полей излучения.

## Заключение

Построение моделей квантовых нейронных систем (так же как и создание моделей квантовых вычислений) сталкивается с необходимостью выяснения того, какие вычисления могут быть охарактеризованы как подлинно квантовые и каковы источники эффективности этих вычислений. Важное место занимает и выяснение наиболее эффективных сфер применения квантовых вычислительных систем. Однако, квантовые нейронные системы могут обходить некоторые трудные вопросы, существенные



для квантовых вычислений в силу своей аналоговости, обучению на ограниченном числе примеров и тому обстоятельству, что они, по-видимому, могут использоваться как адаптивные управляемые квантовые гейты. В последнем случае им удастся счастливо избежать обсуждения их квантовости, поскольку этот вопрос связан с алгоритмом, реализуемым с помощью квантовых гейтов, но не с самими гейтами.

### Литература<sup>3</sup>

1. *Ezhov A. A., Ventura D.* Quantum neural networks // *In: Future Directions for Intelligent Systems and Information Sciences*, Ed. N. Kasabov, pp. 213–235, Physica-Verlag, 2000.
2. *Moore M. P.* Quantum-inspired algorithms and a method for their construction. – Master’s thesis. Department of Computer Science, University of Exeter, UK, 1995.
3. *Moore M., Narayanan A.* Quantum-inspired computing, Department of Computer Science, University of Exeter, UK, Technical Report 341, 1995.
4. *Menneer T.* Quantum artificial neural networks. – PhD Thesis, Faculty of Science, University of Exeter, UK, 1998.
5. *Menneer T., Narayanan A.* Quantum inspired neural networks. Department of Computer Science, University of Exeter, UK, 1995.  
URL: <http://www.dcs.ex.ac.uk/reports/reports.html>
6. *Everett H. (III).* “Relative state” formulation of quantum mechanics // *Reviews of Modern Physics*, **29**, pp. 454–462, 1957.
7. *Валиев К. А., Кокин А. А.* Квантовые компьютеры: надежды и реальность. – РХД, Москва, Ижевск, 2001.
8. *Дойч Д.* Структура реальности. – РХД, Москва, Ижевск, 2001.
9. *Ezhov A. A., Berman G. P.* Role of interference and entanglement in quantum neural processing // *MICRO/MEMS’2001*, 4591–49, Adelaide, Australia, 2001.
10. *Turing A.* On computable numbers, with an application to the entscheidungsproblem // *Proc. London Math. Soc.*, Ser. 2, **2**, 1936.
11. *Church A.* An unsolvable problem of elementary number theory // *American J. of Mathematics*, **58**, pp. 345–363, 1936.

---

<sup>3</sup>Ссылки вида [quant-ph/0007070](http://arxiv.org/abs/quant-ph/0007070), [quant-ph/9802018](http://arxiv.org/abs/quant-ph/9802018) и т. п. — это сокращенный вариант адреса в архиве [arXiv.org](http://arxiv.org) e-Print archive. Полные варианты имеют вид:  
<http://arxiv.org/abs/quant-ph/0007070>  
<http://arXiv.org/abs/quant-ph/9802018> и т. п.

12. Манин Ю. И. Вычислимое и невычислимое. – Советское радио, Москва, 1980.
13. Feynman R. Simulating physics with computers // *Int. J. Theor. Phys.*, **21**, pp. 467–488, 1982.
14. Deutsch D. Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer // *Proc. Roy. Soc. London*, **A400**, pp. 96–117, 1985.
15. Deutsch D., Jozsa R. Rapid solution of problems by quantum computation // *Proc. Roy. Soc. London*, **A 439**, pp. 553–558, 1992.
16. Shor P. W. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer // *SIAM J. Computing*, **26**, pp. 467–486, 1997.
17. Grover L. Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack // *Phys.Rev.Lett.* **78**, pp. 325–438, 1997.
18. Bernstein E., Vazirani U. Quantum complexity theory // *SIAM J. Computing*, **26**, pp. 1411–1473, 1997.
19. Meyer D. Sophisticated quantum search without entanglement. quant-ph/0007070, 2000.
20. Cirac J. I., Zoller P. Quantum computation with cold trapped ions // *Phys. Rev. Lett.* **74**, pp. 4091–4094, 1995.
21. Pellizzari T. et al. Decoherence, continuous observation and quantum computing: a cavity QED model. – University of Innsbruck, Preprint, 1995.
22. Makhlin Yu., Schoen G., Shnirman A. *Nature*, **398**, pp. 306–307, 1999.
23. Gershenfeld N. A., Chuang I. L. Bulk spin resonance quantum computing // *Science*, **275**, pp. 350–356, 1997.
24. Kane B. E. A silicon-based nuclear spin quantum computer // *Nature*, **393**, pp. 133–137, 1998.
25. Berman G. P., Doolen G. D., Hammel P. C., Tsifrinovich V. I. Solid-state nuclear-spin quantum computer based on magnetic resonance force microscopy // *Phys. Rev.* **B 61**, pp. 14694–14699, 2000.
26. Laflamme R. et al. NMR GHZ. quant-ph/9709025
27. Cory D. et al. Experimental quantum error correction. quant-ph/9802018
28. Yezep J. Type-II quantum computers // *Int. J. of Modern Physics C*, **9**, pp. 1587–1596, 1999.
29. Ежов А. А. Квантовый нейрон: без кубитов и сетей? // *Квантовые нейронные сети*. – Материалы рабочего совещания, МИФИ, Москва, 2001.

30. *Schrödinger E.* The present situation in quantum mechanics // In: *Quantum Theory and Measurement*, J.Wheeler and W.Zurek (eds), pp. 152-167, Princeton University Press, 1983.
31. *Jozsa R.* Entanglement and quantum computation // In: *Geometric Issues in the Foundations of Science*. S.Huggett, L.Mason, K.P.Tod, S.T.Tsou, and N.M.J. Woodhouse (eds). Oxford University Press, 1997.  
quant-ph/9707034
32. *Ekert A., Jozsa R.* Quantum algorithms: entanglement enhanced information processing // *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, **A 356**, pp. 1769–1782, 1998.
33. *Wooters W.K.* Quantum entanglement as a quantifiable resource // *Philosophical Trans.: Math., Phys., and Eng. Sci.*, **356**, pp. 1717–1731, 1998.
34. *Shor P.* Scheme for reducing decoherence in quantum memory // *Phys. Rev. A* **52**, R2493, 1995.
35. *Bennett C., DiVincenzo D., Smolin J., Wootters D.W.* Mixed state entanglement and quantum error correction // *Phys. Rev. A* **54**, 3824, 1996.
36. *Kwiat P.G., Huges R.J.* Does Rydberg state manipulation equal quantum computation? // *Science*, **289**, 1431-a, 2000.
37. *Chuang I.L., Vandersypen L.M.K., Zhou X., Leung D.W., Lloyd S.* Experimental realization of a quantum algorithm // *Nature*, **393**, pp. 143–146, 1998.
38. *Jones J.A., Mosca M.* Implementation of a quantum algorithm to solve Deutsch's problem on a Nuclear Magnetic Resonance Quantum Computer. v.2  
quant-ph/981027
39. *Dorai K., Arvind, Kumar A.* Implementation of a Deutsch-like quantum algorithm utilizing entanglement at the two-qubit level on an NMR quantum information processor. 2000  
quant-ph/0006103
40. *Chuang I., Gershenfeld N., Kubinec M.* Experimental implementation of fast quantum searching // *Phys. Rev. Lett.*, **80**, pp. 3408–3411, 1998.
41. *Jones J., Mosca M., Hansen R.H.* Implementation of a quantum search algorithm on a quantum computer // *Nature*, **393**, pp. 344–346, 1998.
42. *Zyczkowski K., Horodecki P., Sanpera A., Lewenstein M.* Volume of the set of separable states // *Phys. Rev. A* **58**, pp. 883–892, 1998.  
quant-ph/9804024
43. *Braunstein S.L., Caves C.M., Jozsa R., Linden R., Popescu S., Schack R.* Separability of very noisy mixed states and implications for NMR quantum computing // *Phys. Rev. Lett.*, **83**, pp. 1054–1057, 1999.

44. Vidal G., Tarrach R. Robustness of entanglement // *Phys. Rev. A* **59**, pp. 141–155, 1999.
45. Cerf N.J., Adami C., Kwiat P.G. Optical simulation of quantum logic. quant-ph/9706022
46. Ahn J., Weinacht T.C., Bucksbaum P.H. Information storage and retrieval through quantum phase // *Science*, **287**, 463, 2000.
47. Meyer D. Does Rydberg state manipulations equal quantum computation? // *Science*, **289**, 1431-a, 2000.
48. Collins D., Kim K.W., Holton W.C. Deutsch-Jozsa algorithm as a test of quantum computation // *Phys. Rev. A* **58**, pp. 1633–1636, 1998.
49. Arvind. Quantum entanglement and quantum computational algorithms // *Pramana J. of Physics*, **56**, pp. 357–365, 2001.
50. Lloyd S. Quantum search without entanglement // *Phys. Rev. A* **61**, 010301/1-4, 2000.
51. Ezhov A.A., Nifanova A.V., Ventura D. Quantum associative memory with distributed query // *Information Science*, **128**, pp. 271–293, 2001.
52. Muthukrishnan A. Quantum factoring and search algorithms. (2 Dec 2000)  
URL: <http://www.optics.rochester.edu:8080/users/stroud/talks/muthukrishnan992/Algorithms.pdf>
53. Wootters W.K., Zurek W.H. A single quantum cannot be cloned // *Nature*, **299**, pp. 802–803, 1982.
54. Dieks D. Communication by electron-paramagnetic-resonance devices // *Phys. Lett.*, **A 92**, pp. 271–272, 1982.
55. Bernstein E., Vazirani U. Quantum complexity theory // In: *Proc. of the 25th Annual ACM Symposium on the theory of computing*, San Diego, CA, 16-18 May 1993 (New York: ACM 1993), pp. 11–20.
56. Terhal B.M., Smolin J.A. Single quantum querying of a database // *Phys. Rev. A* **58**, pp. 1822–1826, 1998.
57. Andrecut M., Ali M.K. A quantum neural network model // *Int. Journal of Modern Physics C*, **13**, pp. 75–88, 2002.
58. Gui-Lu Long, Yang Sun. Efficient scheme for initializing a quantum register with an arbitrary superposed state // *Physical Review A*, **64**, pp. 014303-1–14303-4, 2001.
59. Ezhov A.A. Quantum neural technology and controllable quantum gates // *Quantum Informatics-2002*, October 2–4, Zvenigorod, Russia. – to be published by SPIE.
60. Yurke B., McCall S.L., Klauder J.R. SU(2) and SU(1,1) interferometers // *Phys. Rev.*, **A 33**, pp. 4033–4053, 1986.

61. *Danakas S., Aravind P.K.* Analogies between two optical-systems (photon beam-splitters and laser-beams) and 2 quantum-systems (the two-dimensional oscillator and the 2-dimensional hydrogen atom) // *Phys. Rev. A* **45**, pp. 1973–1977, 1992.
62. *Reck M., Zeilinger A.* Quantum phase tracing of correlated photons in optical multiports // In: *Proc. of the Adriatico Workshop on Quantum Interferometry*, pp. 170–177, World scientific, 1993.
63. *Wheeler J.A.* Assessment of Everett's 'Relative State' Formulation of Quantum Theory // *Rev. Modern Phys.*, **29**, pp. 463–465, 1957.
64. *De Witt B.* Quantum theory of gravity. I. The canonical theory // *Phys. Rev.*, **160**, pp. 1113–1148, 1967.
65. *Hudges R.I.G.* The structure and interpretation of quantum mechanics. – Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts and London, pp. 289–294, 1989.
66. *D'Espagnat B.* Nonseparability and the tentative description of reality // In: *Quantum theory and pictures of reality*. W. Schommers (ed), Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, NY etc., pp. 131–136, 1989.
67. *D'Espagnat B.* Conceptual foundations of quantum mechanics. – Second Edition. Addison-Wesley, pp. 266–278, 1999.
68. *Omne's R.* The interpretation of quantum mechanics. – Princeton University Press, Princeton, NJ, pp. 345–348, 1995.
69. *Bub J.* Interpreting the quantum world. – Cambridge University Press, pp. 223–232, 1997.
70. *Dickson W.M.* Quantum chance and non-locality. Cambridge University Press. – pp. 48–50, 1998.
71. *Deutsch D.* The structure of the multiverse. 2001  
quant-ph/0104033
72. *Narayanan A., Moore M.* Quantum-inspired genetic algorithms // In: *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICE96)*. IEEE Press, 1996.
73. *Vaidman L.* The many-worlds interpretation of quantum mechanics. – Stanford Encyclopedia of Philosophy.  
URL: <http://www.tau.ac.il/~vaidman/mwi/mwst1.html>
74. *Фейнман Р.* КЭД: странная теория вещества и света. – М.: Наука, 1988.
75. *Renninger M.* Messung ohne Stöerung des Messobjekts, *Zeitschrift für Physik*. **158** 417, 1960.
76. *Dicke R.H.* Interaction-free quantum measurements. A paradox? // *Am.J.Phys.*, **49**, pp. 925–930, 1981.

77. *Elitzur A., Vaidman L.* Quantum mechanical interaction-free measurements // *Foundations of Phys.* **23**, pp. 987–997, 1993.
78. *Vaidman L.* The paradoxes of interaction-free measurements. 2001  
quant-ph/0102049
79. *Penrose R.* *Shadows of the mind.* – Oxford University Press. Oxford, 1994.
80. *Hardy L.* Quantum mechanics, local realistic theories, and Lorentz-invariant realistic theories // *Phys. Rev. Lett.*, **68**, pp. 2981–2984, 1992.
81. *Mitchison G., Jozsa R.* Counterfactual computation. Appearing in Proc. Roy. Soc. (London) A, 2000.
82. *Zeh H. D.* On the interpretation of measurement in quantum theory // *Foundations of Physics*, **1**, pp. 69–76, 1970.
83. *Whitaker M. A. B.* The relative states and many-worlds interpretations of quantum mechanics and the EPR problem // *J. Physics A: Math. Gen.*, **18**, pp. 253–264, 1985.
84. *Perus M.* Common mathematical foundations of neural and quantum informatics // *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, **78**, pp. 23–26, 1998.
85. *Behrman E., Niemel J., Steck J. et al.* A quantum dot neural network // *Proc. 4th Workshop on Physics of Computation*, Boston, pp. 22–24, 1996.
86. *Ventura D., Martinez T.* Initializing the amplitude distribution of a quantum state  
quant-ph/9807054  
*Д. Вентура, Т. Мартинец.* Инициализация распределения амплитуд квантового состояния // *Квантовые нейронные сети.* – МИФИ, Москва, с. 36–50, 2001.
87. Quantum neural technology and controllable quantum gates. Quantum Informatics-2002, Zvenigorod, 2002 (будет опубликовано в SPIE).
88. *Zak M., Williams C.* Quantum neural nets.
89. *Rabitz H., Shi S.* Advances in molecular vibrations and collision dynamics. – IA JAI Press Inc., 187, 1991.
90. *Прескилл Дж.* Квантовые вычисления: за и против // В сб.: *Квантовые вычисления: за и против.* РХД, Ижевск, 1999.
91. *Yepetz J.* Quantum lattice-gas model for the diffusion equation // *Int. J. Modern Physics C*, **12**, pp. 1285–1303, 2000.
92. *Pravia M., Chen Z., Yepetz J., Cory D.* Towards a NMR implementation of a quantum lattice gas algorithm *Computer Physics Communications*, **146**, pp. 339–344, 2002.
93. *Bellman R., Wing G. M.* An introduction to invariant imbedding. – Wiley, N.Y., 1975.

94. *Амбарцумян В. А.* К вопросу о диффузном отражении света мутной средой // ДАН СССР, **33**, с. 257–263, 1943.
95. *Чандрасекар С.* Перенос лучистой энергии. – ИЛ, Москва, 1953.

**Александр Александрович ЕЖОВ**, кандидат физико-математических наук, начальник лаборатории квантовых нейронных систем Троицкого института инновационных и термоядерных исследований (ТРИНИТИ). Область научных интересов – теория переноса нейтронов, нейрокомпьютинг и квантовые вычисления. Автор более 60 научных публикаций.

**А. Ю. ХРЕННИКОВ**

Международный центр по математическому моделированию  
в физике и когнитивных науках,  
Университет г. Вэкщё, 35195, Швеция  
E-mail: Andrei.Khrennikov@msi.vxu.se

**КЛАССИЧЕСКИЕ И КВАНТОВЫЕ МОДЕЛИ МЫШЛЕНИЯ,  
ОСНОВАННЫЕ НА  $p$ -АДИЧЕСКОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ  
ИНФОРМАЦИИ**

**Аннотация**

Развивается квантовый формализм (вероятностное исчисление в гильбертовом пространстве) для измерений над когнитивными системами). В частности, этот формализм используется для математического моделирования сознания как само-измеряющей (квантово-подобной) системы. С помощью этого формализма можно предсказывать средние значения когнитивных наблюдаемых. Основываясь на фундаментальном результате нейрофизиологических и психологических исследований о иерархической структуре когнитивных процессов, мы используем  $p$ -адические иерархические деревья в качестве математической модели классического ментального пространства. Обсуждается проблема выбора адекватной ментальной геометрии. Использование  $p$ -адических чисел позволяет описать топологически (с помощью  $p$ -адической ультраметрики) иерархическое дерево, используемое для кодирования когнитивной информации. Важнейшей особенностью  $p$ -адической модели мышления является наличие алгебраической структуры на  $p$ -адическом дереве. Эта структура дает возможность использовать (неархимедов=ультраметрический) математический анализ для описания мыслительных процессов. В частности, на классическом уровне мы используем уравнения в частных производных на  $p$ -адических деревьях для описания потоков мыслей. На квантовом уровне мы используем аналог уравнения Шрёдингера (на дереве мыслей) для описания динамики вероятностных распределений. Важнейшим нейрофизиологическим следствием  $p$ -адической модели является представление когнитивной информации с помощью иерархических цепей нейронов.



**A. Yu. KHRENNIKOV**

International Center for Mathematical Modeling  
in Physics and Cognitive Sciences,  
MSI, University of Växjö, S-35195, Sweden  
**E-mail: Andrei.Khrennikov@msi.vxu.se**

**CLASSICAL AND QUANTUM MENTAL MODELS BASED ON  
*P*-ADIC REPRESENTATION OF INFORMATION**

**Abstract**

We develop a kind of quantum formalism (Hilbert space probabilistic calculus) for measurements performed over cognitive systems. In particular, this formalism is used for mathematical modeling of functioning of consciousness as a self-measuring quantum-like system. By using this formalism we could predict averages of cognitive observables. Reflecting the basic idea of neurophysiological and psychological studies on a hierarchic structure of cognitive processes, we use  $p$ -adic hierarchic trees as a mathematical model of a mental space. We also briefly discuss the general problem of the choice of adequate mental geometry.

**1. Introduction**

Since the creation of quantum mechanics, there are continuous discussions on possible connections between quantum and mental phenomena. During the last hundred years, there was presented a huge number of various proposals and speculations. We shall mention just a few of them.

The philosophic system of *Whitehead* [1]–[3] was the first attempt to establish quantum–mental (or more precisely *mental*  $\rightarrow$  *quantum*) connection. In *Whitehead's* philosophy of organism “quantum” was some feature of basic protomental elements of reality, namely *actual occasions*, see [1], especially pp. 401–403. See also *A. Shimony* [4] for modern reconsideration of quantum counterpart of *Whitehead's* philosophy of organism. It is especially important for us to underline that all protomental elements of reality have quantum temporal structure:

“The actual entity is the enjoyment of a certain quantum of physical time.”  
– [1], p. 401.

The extended discussion on quantum–mental connection was induced by attempts to solve the problem of quantum measurements, see e. g. [5]–[12]. The

most extreme point of view is that physical reality is, in fact, created by acts of observations. This kind of considerations is especially closely related to so called orthodox Copenhagen interpretation of quantum mechanics<sup>1</sup>. By this interpretation a wave function provides the complete description of an *individual* quantum system. An act of measurement induces collapse of the wave function. The problem of measurement is still unsolved in quantum framework (at least on the basis of the conventional interpretation of quantum mechanics, see also section 10). Among various attempts to provide a reasonable explanation of wave function reduction, there should be mentioned attempts to use consciousness as the determining factor of reductions of wave functions, see e. g. *Wigner* [8].

There were also various attempts reduce an act of thinking to quantum collapse, see e. g. *Orlov* [13] (quantum logic of consciousness); see also *Penrose* [14], [15]:

“I am speculating that the action of conscious thinking is very much tied up with the resolving out of alternatives that were previously in linear superposition.”

In fact, *Penrose* worked in the reductionist approach, see e. g. [16] (and compare e. g. [17]–[20]): It seems we could not reduce cognitive phenomena to physical activity of neurons. It might be that we could reduce it to activity of quantum systems. Roughly speaking an act of thinking is reduced to the collapse of wave function in quantum gravity. Our thinking ability is based on collapses of superpositions of two mass states.

The idea of quantum-physical reduction for cognitive processes is quite popular in quantum community. We also mention the investigations of *H. Stapp* [21] who used Copenhagen (Heisenberg-potentiality) approach to quantum mechanics. He also use quantum reductionist approach:

“Brain processes involve chemical processes and hence must, in principle, be treated quantum mechanically.”

We should also mention quantum field reductionist models, *Jibu* and *Yasue* [22], [23] (based on *Umezawa* [24]), *Vitiello et al.* [25]. These quantum field models look more attractive (at least for me). At the moment there is no idea how make the great jump from individual gravitational collapses to global acts

---

<sup>1</sup>We mention *Berkeley's* idealism as one of sources for such a point of view to physical reality.

of cognition. Quantum field models are more useful to provide such a global structure connecting individual quantum collapses to global acts of thinking.

However, it seems that reductionism as the general methodology of brain's study is less and less popular in cognitive sciences. After the period of large hopes associated with new possibilities to study neurons firings, there is strong disillusionment in the possibility of some physical reduction of mental processes. This is one reason for quite strong critical attitude against quantum models in cognitive sciences. In the extreme form this criticism is expressed in the following form: "*The only common thing between quantum and mental is that we have no idea how to understand any of these phenomena.*" Other thing that induces prejudice against quantum-reduction theories among neurophysiologists is that quantum micro description contains many parameters that magnitudes are far from magnitudes of corresponding brain's parameters (e. g. temperature, time scale and so on). Thus creators of all quantum reductionist models of brain's functioning become immediately involved in hard battles with these parameters (e. g. high temperature of brain). Of course, it may be that all these parameter-problems are just technical temporary problems. It may be that in future even the *decoherence problem*, see, for example, [15], would be solved. Nevertheless, there are doubts about the possibility of the direct application of quantum *physical* theory to cognitive phenomena.

My critical attitude with respect to traditional quantum cognitive models is merely based on the impossibility to explain the transition from quantum processes in microworld to cognitive processes. The latter processes seems to be performed by macroscopic neural structures. And neurophysiological experience gives the strongest arguments in favour of macro neural cognition. I had numerous discussions with authors of various quantum reductionist cognitive models. Unfortunately, nobody has no idea about the possibility of such a transition from quantum micro to cognitive macro.

Finally, we discuss the holistic approach to cognitive phenomena based on Bohmian-Hiley-Pilkkänen theory of active information. By considering the pilot wave as a kind of information field they presented interesting models of cognitive processes, see [26]–[28], see also author's work [29]. In the latter paper there was proposed a mathematical model of *field of consciousness*. This field is not defined on physical space-time. This is a pure information structure. In principle, such a field can be considered as a mathematical representation of *Whitehead's field of feeling* [1].

Consciousness-information models also were developed in books of *M. Lockwood* [30], and *J. A. Barrett* [31] (who use a many-minds version of

many-worlds interpretation of quantum mechanics) and author's paper [32] devoted to quantum information reality.

Last few years I try to split, see [33]–[36], the quantum formalism into two more or less independent parts:

- 1) really *quantum* (quanta, Planck constant, discreteness);
- 2) Hilbert space *probabilistic formalism*.

Pioneer investigations of *M. Planck* and *A. Einstein* on foundations of quantum theory (black body radiation and photoelectric effect) were merely investigations on discreteness (quantization) of energy. Quantum probabilistic (Hilbert space) formalism was developed later (*Born, Jordan, Heisenberg, Dirac* [37]–[38]). It was created to describe statistics of elementary particles. Due to such a historical origin, the Hilbert space probabilistic calculus is always related to processes in microworld.

However, careful analysis, [33]–[36], demonstrated that Hilbert space probabilistic calculus (*Born, Jordan, Heisenberg, Dirac*, see e. g. [37]–[38]) is a purely mathematical formalism that gives the possibility to work with context depending probabilities, i. e., probabilities depending on complexes of physical conditions (contexts) related to concrete measurements. Therefore we could apply the Hilbert space probabilistic formalism, *quantum-like formalism*, not only to the description of statistical micro phenomena, but also to various phenomena outside micro world. One of such possibilities is to apply quantum-like formalism to describe statistical experiments with cognitive systems. Here a quantum-like formalism describes probabilistic distributions depending on neural, cognitive and social contexts.

Such an approach has no (at least direct) relation to reductionist quantum models. We are not interested in statistical behaviour of micro systems forming a macro system, brain. Therefore this approach does not induce such a problem as the transition from micro to macro (temperature, decoherence and so on). We just use the Hilbert space probabilistic formalism to describe cognitive measurements. As in the ordinary quantum formalism, mental observables are realized as symmetric operators in the Hilbert space of square integrable functions  $\phi(q)$  depending on the mental state  $q$  of a cognitive system. By using the Hilbert space scalar product we calculate averages of mental observables. Of course, this cognitive model is the purely statistical one. It could not provide a description of individual thought-trajectories.

One of reasons for using quantum-like formalism to describe statistics of measurements over cognitive systems is that cognitive systems (as well as quantum) are very sensitive to changes of contexts of experiments — complexes of

physical and mental conditions ([33]–[36], compare to *Heisenberg* [38] or *Dirac* [37]). Therefore quantum-like formalism can be used to describe external measurements (in neurophysiology, psychology, cognitive and social sciences) over ensembles of cognitive systems or neural ensembles in a single brain. As well as in quantum experiments with elementary particles, preparation of a statistical ensemble (of rats or people) plays the crucial role in cognitive measurements. Thus, as in ordinary quantum theory, it is meaningless to speak about a measurement without to specify a preparation procedure preceding this measurement. In cognitive sciences we also should follow to *Bohr*'s recommendation to take into account the whole experimental arrangement. The main experimental evidence of quantum-like structure of statistical data obtained in neurophysiology, psychology, cognitive and social sciences should be interference of probabilities, see [33]–[36] and section 10.

Moreover, our quantum-like formalism can be used not only for describing of external cognitive experiments, but also modeling of mentality. The basic assumption of our model is that brain has the ability to “feel” probabilistic amplitude  $\phi(q)$  of information states produced by hierarchic neural pathways in brain (and the whole body). There is also presented a model of consciousness that creates its context by performing self-measurements over extremely sensitive neural contexts.

One of the fundamental problems in foundations of cognitive quantum-like formalism is the choice of a mathematical model for a mental configuration space on that wave function is defined. We shall discuss this problem in the details in section 2. We now only remark that the *Euclidean* physical space (in that the physical brain is located) does not look attractive as a model of mental space. Instead of this conventional model of space, we develop cognitive quantum-like formalism on the space of information strings that could be performed by chains of hierarchically ordered neurons. Such a configuration space is geometrically represented by a hierarchic  $p$ -adic tree. In fact, this idea was already discussed in authors's paper [32] (see also [39]–[44]). However, in [32] we did not use the standard Hilbert space formalism. It was used a generalization of quantum probabilistic calculus based on  $p$ -adic probabilities. In the present paper we use the standard Hilbert space formalism on  $p$ -adic trees. In fact, the mathematical formalism of  $p$ -adic quantum mechanics is well developed, see *Vladimirov, Volovich, Zelenov* [45], [46], see also [47]. We “simply” apply this formalism to cognitive phenomena.

In the ordinary quantum mechanics, we could go beyond the statistical application of quantum formalism. One of the most attractive possibilities is to

use the pilot wave Bohmian formalism. As we have already remarked, the idea to use Bohmian mechanics in cognitive sciences was already well discussed (*Bohm-Hiley-Pilkänen* [26]–[28] and author [29]). It is rather surprising that it seems to be impossible to create a variant of the pilot wave extension of quantum-like mental formalism presented in this paper. Formally we can introduce quantum-like mental potential and force. However, there is no possibility to derive the equation of motion (a kind of Newton equation) that would describe trajectories of individual mental states (describe “flows of mind”). In our formalism this is a consequence of the mathematical structure of the model. However, it may be that there are some deep cognitive features behind this mathematical result.

We start with some preliminary considerations on the choice of the geometry of a mental space.

## 2. Where is consciousness located?

The problem of location (or nonlocality) of consciousness (as well as more primitive cognitive processes) is widely discussed in philosophic, neurophysiological and psychological literature, see e. g. [48]–[56]. There is large variety of views starting with such a primary question:

### “Does consciousness located in human brain?”

Both philosophic and neurophysiological discussions are, in fact, related to one fixed geometry, namely the Euclidean one. It seems that such an approach was originated (at least in philosophy) by *Kant* [55]. For him, the space was the absolute Euclidean space. He also pointed out that the idea of space is the primary idea. Nothing could be even imagine without any relation to space. As space is identified with the Euclidean space, we have to look for a place of consciousness in this space. It seems that this is the starting point of the main stream of modern philosophic, neurophysiological and psychological investigations. However, despite enormous efforts to find the place of consciousness, there are more and more evidences that consciousness could not be located in physical space. What is wrong? I think the choice of geometry. I think that the use of the Euclidean geometry is not adequate to this problem.

In fact, the idea that different natural phenomena are in general described by using different geometries is well established in physics, especially general relativity and string theory. Following to *Chalmers* [56], we consider consciousness as a kind of natural phenomena. First we must find an adequate model of a *mental space*. Then we get the possibility to describe cognitive (and

conscious) phenomena. Let us imagine that we would like to describe electromagnetic processes without to use a mathematical model of the electromagnetic field distributed on the Euclidean space. It seems to be impossible<sup>2</sup>.

We have already mentioned the use of various geometries in general in physics, e. g. in general relativity and string theory. However, these models are mainly locally-Euclidean (Euclidean manifolds)<sup>3</sup>. The use of such manifolds could not solve the problem of cognitive nonlocality (in particular, nonlocality of psychological functions). One of possibilities is to proceed in quantum-like way and use noncommutative mental coordinates, see *B. Hiley* [28]. Another possibility is to try to find a model of classical mental configuration space (probably as the basis of a quantum-like model). Since [39]–[46], we use purely information model of mental space, namely the space of all possible information strings that could be produced by hierarchically ordered chains of neurons. One of the simplest models of such a space is a hierarchic (homogeneous)  $p$ -adic tree  $\mathbf{Z}_p$ , where  $p$  is a natural number. It gives the number of branches leaving each vertex of this tree. We remark that in mathematical models  $p$  is typically a prime number, see [45], [47]. But it is not so important for our cognitive considerations.

### 3. Classical mental states produced by one-layer brain

**3.1.  $p$ -adic coding.** We consider the simplest hierarchic “brain” consisting of just one hierarchic chain of neurons :

$$\mathcal{N} = (n_0, n_1, \dots, n_N, \dots).$$

In a mathematical model it is convenient to consider an infinite chain.

In the simplest model each neuron can perform only one of two states:  $\alpha_j = 1$  (*firing*) and  $\alpha_j = 0$  (*off*).

In more complex models each neuron  $n_j$  can perform  $p$  different levels of activation:  $\alpha_j = 0, 1, \dots, p - 1$ . For example, such a coding can be obtained

---

<sup>2</sup>Sometimes (especially in philosophy) there are used words “explain consciousness”. I do not think that we could “explain” it. In the same way we could not “explain” e.g. electromagnetic field. We could only describe mathematically and via such a description understand, compare to *Penrose* [15], p. 419.

<sup>3</sup>Even the use of superspace in superstring theory as well as in superfield theory cannot be considered as a fundamental change of geometry. Locally superspace is still a real continuous manifold, see e. g. [57] for the details.

by using frequencies of firing of neurons as basic elements of coding. Frequencies of firing are a better basis for the description of processing of information by neurons than a simple on/off. This has been shown to be the fundamental element of neuronal communication in a huge number of experimental neurophysiological studies (see e. g. [58], [59] on mathematical modeling of brain functioning in the frequency domain approach).

One of possible  $p$ -adic coding models is the following one. A  $p$ -adic structure associated with frequency coding is generated in the following way. There exists some interval (of physical time)  $\Delta$  (unit of “mental time”, see section 10 for further consideration). Then  $\alpha_j$  is equal to the number of oscillations of the neuron  $n_j$  (in the hierarchic chain  $\mathcal{N}$ ) that are performed during the interval  $\Delta$ . Here  $p - 1$  (where  $p = p_\Delta$ ) is the maximal possible number of oscillation during the period  $\Delta$  that can be performed by neurons in the chain  $\mathcal{N}$ . Thus in our model the  $p$ -adic structure of brain of a cognitive system  $\tau$  (that uses a frequency neural code) is related to time scale of functioning of brain, see also section 10.

It must be mentioned one mathematical fact that may be have some cognitive interpretation. The case  $p = 2$  is the very exceptional one in  $p$ -adic analysis, see e. g. [45], [47]. We can speculate that the transition from 2-adic coding (firing/off) to more complex  $p$ -adic,  $p > 3$ , coding (e. g. frequency coding) was the evolutionary jump. Cognitive systems in the  $p$ -adic model exhibit essentially richer mental behaviour in the case  $p > 2$  than in the case  $p = 2$ , see [47], [39]–[44] on classical mental dynamics.

**3.2. Hierarchy and ultrametricity.** It is supposed that neurons in a layer  $\mathcal{N}$  are hierarchically ordered:  $n_0$  is the most important (igniting),  $n_1$  is less important and so on. The  $\mathcal{N}$  is able to produce information strings of the form:

$$x = (x_0, x_1, \dots, x_N, \dots), \quad x_j = 0, 1, \dots, p - 1.$$

We denote the set of all such strings by the symbol  $\mathbf{Z}_p$ . The hierarchic structure in the chain  $\mathcal{N}$  induces a tree representation of  $\mathbf{Z}_p$ . Information strings are represented by branches of such a tree.

The distance between two branches,  $x$  and  $y$ , is defined in the following way. Let  $l$  be the length of the *common root* of these branches. Then the  $p$ -adic distance between  $x$  and  $y$  is defined as

$$\rho_p(x, y) = \frac{1}{p^l}.$$



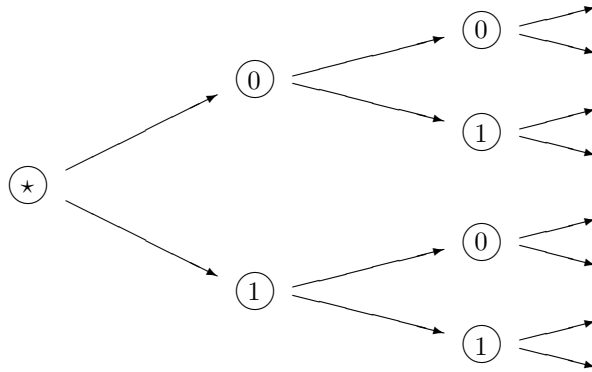


Figure 1. The 2-adic tree

Thus if  $x = (x_j)$  and  $y = (y_j)$  and  $x_0 = y_0, \dots, x_{l-1} = y_{l-1}$ , but  $x_l \neq y_l$ , then  $\rho_p(x, y) = (1/p^l)$ . This is a metric on the set of branches  $\mathbf{Z}_p$  of the  $p$ -adic tree. Two branches all close with respect to this metric if they have sufficiently long common root. We remark that  $\mathbf{Z}_p$  is complete with respect to the  $p$ -adic metric  $\rho_p$ .

The  $p$ -adic metric gives a topological representation of the hierarchic structure in neural chains. The distance between information strings  $x$  and  $y$  approaches the maximal value  $\rho_p(x, y) = 1$  if  $x_0 \neq y_0$ . Thus the state (e. g. the frequency of firing) of the first neuron  $n_0$  in a hierarchic chain  $\mathcal{N}$  plays the most important role. States  $x_j$  of neurons  $n_j$ , where  $j \rightarrow \infty$ , have practically negligible contribution into geometry of the  $p$ -adic space.

The  $p$ -adic metric is so called *ultrametric*, i. e., it satisfies the *strong triangle inequality*:

$$\rho_p(x, y) \leq \max[\rho_p(x, z), \rho_p(z, y)], \quad x, y, z \in \mathbf{Z}_p.$$

The strong triangle inequality can be stated geometrically: *each side of a triangle is at most as long as the longest one of the two other sides*. This property implies that all triangles are isosceles. Ultrametricity is the very important feature of  $p$ -adic geometry. In fact, ultrametricity is the exhibition of hierarchy. Recently it was proved in general topology that in general case ultrametricity induces a treelike representation and vice versa, see [60]. In many particular

cases such a relation between ultrametricity and hierarchy was used in theory of spin glasses, see e. g. [61]–[63].

There exists a natural algebraic structure on this tree: addition, subtraction and multiplication of branches. It is based on the representation of information strings by so called  $p$ -adic numbers:

$$x = x_0 + x_1 p + \dots + x_N p^N + \dots$$

This is the ring of  $p$ -adic integers. In particular, this is compact additive group. Thus there exists the Haar measure  $dx$  (an analogue of the ordinary linear measure on the straight line).

We set  $B_r(a) = \{x \in \mathbf{Z}_p : \rho_p(x, a) \leq r\}$  and  $S_r(a) = \{x \in \mathbf{Z}_p : \rho_p(x, a) = r\}$ , where  $r = 1/p^j, j = 0, 1, 2, \dots$  and  $a \in \mathbf{Z}_p$ . These are, respectively, balls and spheres in the metric space  $\mathbf{Z}_p$ . In particular,  $\mathbf{Z}_p = B_1(0)$ . Each ball has the structure of the homogeneous  $p$ -adic tree (scaling of the basic tree given by  $\mathbf{Z}_p$ ).

As in every ultrametric space, all these sets (balls and spheres) have a topological structure which seems to be rather strange from the point of view of our Euclidean intuition: they are open and closed at the same time. Such sets are called *clopen*. Another interesting property of  $p$ -adic balls is that two balls have nonempty intersection iff one of these balls is contained in another. Finally we note that any point of the  $p$ -adic ball can be chosen as its center. Thus the ball is not characterized by its center and radius.

**3.3. Mental space.** We choose the space  $Q = \mathbf{Z}_p$  as a *mental configuration space*. Points  $q \in Q$  are called mental classical-like states (or simply *mental states*) or mental positions.

Thus a mental state  $q \in Q$  describes activity of neurons in a hierarchically ordered chain of neurons. This is a kind of information state. Such a state could not be considered simply as the representation of physical (electro-chemical) activity of neurons in a chain. There are two information parameters that play important roles in our model.

First there is the hierarchic structure in a neural chain. Neurons in a chain “do not have equal rights.” The igniting neuron  $n_0$  is the bandmaster of the orchestra  $\mathcal{N}$ . This orchestra is rigidly hierarchic. The next neuron  $n_1$  in the  $\mathcal{N}$  is less important than  $n_0$  and so on. I think that the presence of such a hierarchy plays an important role in creation of cognition and may be even consciousness.

Another information parameter is a natural number  $p$  that determines the coding system of (one layer) brain  $\mathcal{N}$ . If we follow to the frequency approach to

functioning of neural networks in brain, then the parameter  $p$  gives the maximal number of oscillation for a neuron in a chain  $\mathcal{N}$  during the unit interval  $\Delta$  of *mental time*. The  $\Delta$  is an interval of physical time that in our model determines the neural code of  $\mathcal{N}$ , see section 10.

In our model a mental state provides only *cognitive representation* and not the *contents of consciousness*. All unconscious processes are performed on the level of mental states. We remark that in a multi-layers brain, see section 5.1, there can be performed parallelly various unconscious cognitive processes. Nonlinear dynamical models of such processes were studied in [47], [39]–[44]. One of distinguishing features of  $p$ -adic nonlinear dynamics is the absence of chaotic behaviour. In general  $p$ -adic dynamical systems are essentially more regular than real ones. Moreover, they are very stable with respect to random perturbations (in particular, noises), [43]. Typically a  $p$ -adic random dynamical system has only deterministic attractors, see [43]. We remark that dynamics in spaces of  $p$ -adic numbers depends crucially on the parameter  $p$  (determining the neural code of a brain  $\mathcal{N}$ ). As it was discovered in [47], the same dynamical system (e. g. given by a monomial  $x^n$ ) can demonstrate completely different behaviours for e. g.  $p = 2$ , or  $p = 3$ , or  $p = 1999, \dots$

We are now going to consider a quantum-like model based on the  $p$ -adic mental configuration space  $Q = \mathbf{Z}_p$ . In particular, this model might be used to describe the transition from unconscious representation of cognitive information to conscious one.

## 4. Quantum-like formalism for one layer brain

**4.1. Hilbert space probabilistic formalism for mental observables.** We consider the space of square integrable functions  $L_2(Q, dx)$ , where  $Q = \mathbf{Z}_p$  :

$$\phi : \mathbf{Z}_p \rightarrow \mathbf{C}, \quad \|\phi\|^2 = \int_{\mathbf{Z}_p} |\phi(x)|^2 dx < \infty.$$

The space  $\mathcal{H} = L_2(Q, dx)$  is chosen as the space of *mental quantum-like states* (or *mental amplitudes*). These states are represented by normalized vectors  $\phi \in \mathcal{H} : \|\phi\| = 1$ . The  $\mathcal{H}$  is a complex Hilbert space with scalar product

$$(\phi, \psi) = \int_Q \phi(x) \bar{\psi}(x) dx. \tag{1}$$

*Mental observables* are realized as self-adjoint operators  $A : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ . As in the ordinary quantum formalism, by fixing a quantum-like state  $\phi \in \mathcal{H}$  in general

we do not fix the concrete value  $A = \lambda$  of a mental observable  $A$ . It is only possible to find the average of  $A$  in the state  $\phi$  :

$$\langle A \rangle_\phi = \int_Q A(\phi)(x) \bar{\phi}(x) dx . \quad (2)$$

However, if  $\phi \in \mathcal{H}$  is an eigenfunction of  $A$  corresponding to the eigenvalue  $\lambda$ , i. e.,  $A\phi = \lambda\phi$ , then we can be sure that we shall obtain the value  $A = \lambda$  with probability 1.

The concrete representations of mental observables by self-adjoint operators is very important and nontrivial problem. This problem could not be solved by trivial generalization of ordinary quantum formalism. We start with the surprising remark: it seems to be *impossible to define mental position,  $q$ , observable*. Formally the difficulty is purely mathematical: we could not multiply a  $p$ -adic number  $q \in Q$  with a complex number  $\phi(q)$ . Therefore the standard Schrödinger's definition of the position operator could not be generalized to the cognitive case. Of course, we could try to find some mathematical tricky ("non natural") definitions of mental position operator. However, it might be that this mathematical difficulty is an evidence of some important feature of cognitive systems. It might be that

*Even in principle it is impossible to measure mental states  $Q$  of brain.*

In particular, we could not prepare brain in the fixed mental state (there are no mental state eigenfunctions).

We can only find the probability that mental state  $q$  belong to some (measurable) subset  $O$  of the mental space  $Q$  :  $P(q \in O) = \int_O |\phi(x)|^2 dx$ .

**Example 4.1.** Let us consider the quantum like state  $\phi \equiv 1$  (the uniform probability distribution of mental states). Then  $P(q \in B_r(a)) = r$ . Thus (as it could be expected) the probability to find this cognitive system in the mental state  $q$  belonging to a small ball around any fixed point  $a$  is small.

**4.2. External mental measurements.** An important class of mental observables is given by measurements that are performed by external systems over a cognitive system  $\tau$ . In particular, in section 6 we shall introduce neuron-activation observable that arises naturally in neurophysiological measurements. Besides neurophysiological mental observables, we can consider e. g. psychological or social mental observables. In experiments with people such a mental observable  $A$  can be given just by a question  $A$ . Here  $A$  takes two values:  $A = 1$ , *yes*, and  $A = 0$ , *no*. In experiments with animals values of  $A$  give

possible reactions of animals to experimental conditions. In principle an external system that performs a measurement over a cognitive system  $\tau$  need not be conscious nor even cognitive. It can be, for example, a magnetic resonance device performing a measurement of neural activity<sup>4</sup>.

**4.3. Consciousness.** I would not like to reduce mental measurements to external measurements. It is natural to try to describe consciousness as a continuous flow of mental self-measurements<sup>5</sup>. The idea that cognitive representation of information in brain becomes conscious in process of self-measurements is not so new, see e.g. *Orlov* [13] for a quantum logic model of self-measuring consciousness:

“... the volitional act of a free choice plays in this theory a role analogous to the role of the measurement act in quantum mechanics (with the important difference that the brain “measures” itself). Consciousness is a system which observes itself and evaluates itself – being aware, at the same time, of doing so.”

The crucial point of our consideration is that we use quantum-like ideology, instead of the traditional quantum one. In our model the configuration space is the state space of macroscopic neural networks. Thus we need not go deeply into microworld to find the origin of consciousness (e.g. no collapses of mass-superpositions and so on). So we need not apply to quantum gravity (or even superstring theory).

In our model it is supposed that each cognitive (at least conscious) system  $\tau$  developed the ability to feel the probability distribution  $P(q)$  of realization of the hierarchic information string  $q$  by its neural system. Such an ability is basically transferred from generation to generation. However, for each  $\tau$  it is permanently developed in the process of brain’s functioning. This probability distribution  $P(q)$  has an amplitude  $\phi(q)$  that can be mathematically described by a normalized vector in the Hilbert space  $\mathcal{H} = L_2(Q, dx)$ . As usual,  $P(q) = |\phi(q)|^2$ . As it was already discussed the appearance of the quantum-like probabilistic formalism (instead of classical Kolmogorov probabilistic formalism) is a general consequence of sensibility of  $P(q)$  to changes in the neural context. Here

$$\phi(q) = P(q)e^{i\theta(q)}.$$

---

<sup>4</sup>We understood that such a viewpoint induces some difficulties, see, for example, *Wigner* [8] on the role of consciousness in quantum measurements.

<sup>5</sup>“Continuous” has the meaning of mental time continuity, see section 10.

Here  $\theta(q)$  is a phase parameter. It appears automatically in transformation of probabilities from one mental representation (see 5.4) to another, see [33]–[36]. We shall illustrate the role of  $\theta(q)$  on the example of transition from mental-position to motivation representation, section 5.4.

In our model “feeling” of the probability distribution is performed is performed on unconscious level. In particular a cognitive system does not feel consciously the evolution of the mental amplitude  $\phi(t, q)$ .

Moreover, we suppose that each conscious cognitive system  $\tau$  has the ability to perform self-measurements. Results of these measurements form the contexts of consciousness. I do not try to develop such a model of consciousness in the present paper. The main aim of this paper was to present quantum-like formalism corresponding to *hierarchical* neural networks. In principle, the reader can use only restricted viewpoint to mental observables as external measurements over cognitive systems. We just consider a possible scheme of functioning of such a (quantum-like) self-measuring consciousness.

**4.4. Random dynamical quantum-like consciousness.** Let us denote the set of all operators representing mental observables participating in creation of the contents of consciousness by the symbol  $\mathcal{L}_{\text{cons}}(\mathcal{H})$ . Let us consider a random dynamical system (RDS: see, for example, [64] for general theory) that at each instant of (mental) time chooses randomly some set of commutative operators  $A_1, \dots, A_m \in \mathcal{L}_{\text{cons}}(\mathcal{H})$ . The contents of consciousness at this instant of time is created by the simultaneous measurement of  $A_1, \dots, A_m$ .

One of the main distinguishing features of the RDS-model is that a RDS in the space of mental observables can have long range memory. Such feature of RDS is very important to create a realistic mathematical model of functioning of consciousness. Our consciousness does not consist of discrete moments but there is flow of consciousness. We remember something about our earlier conscious experiences, see e. g. *Whitehead's* analysis of this problem [1], pp. 342–343:

“Whenever there is consciousness there is some element of recollection. It recalls earlier phases from the dim recesses of the unconscious. Long ago this truth was asserted in *Plato* doctrine of reminiscence. No doubt *Plato* was directly thinking of glimpses of eternal truths lingering in a soul derivative from timeless heaven of pure form. Be that as it may, then in a wider sense consciousness enlightens experience which precedes it, and could be without it if considered as a mere datum. *Hume*, with opposite limitations to his meaning, asserts the same doctrine. . . But the immediate

point is the deep-seated alliance of consciousness with recollection both for *Plato* and for *Hume*.”

## 5. Motivation observable

**5.1. Multi-layers hierarchic brain.** To consider nontrivial examples of mental observables, it is convenient to study a “brain” having more complex mental space. Such a brain consists of a few hierarchic  $p$ -adic trees. We consider a layer of neurons

$$\mathcal{N} = (\dots, n_k, \dots, n_0, \dots, n_l, \dots)$$

that goes in both directions (in the mathematical model it is infinite in both directions). Each neuron  $n_j, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , can be the igniting neuron for right hand side hierarchic chain:  $\mathcal{N}_j = (n_j, \dots, n_l, \dots)$ . The corresponding mental space  $\mathbf{Z}^{(j)}$  consists of all information strings

$$x = (x_j, x_{j+1}, \dots, x_l, \dots), \quad x_l = 0, 1, \dots, p-1$$

(in particular,  $\mathbf{Z}_p = \mathbf{Z}^{(0)}$ ). Each space has the structure of the homogeneous  $p$ -adic tree. These spaces are ordered by inclusion:  $\mathbf{Z}^{(j+1)} \subset \mathbf{Z}^{(j)}$ . We consider union of all these space  $\mathbf{Q}_p = \cup_{j=-\infty}^{\infty} \mathbf{Z}^{(j)}$ . Geometrically this space is represented as a huge collection of trees ordered by the inclusion relation. On this space we can introduce the structure of ring: addition, subtraction and multiplication of branches of trees. If the coding parameter  $p$  is a prime number (i. e.,  $p = 2, 5, 7, \dots, 1997, 1999, \dots$ ), then  $\mathbf{Q}_p$  is a field, i. e., division of branches also is well defined. In this case  $\mathbf{Q}_p$  is a number field (of  $p$ -adic numbers). Arithmetical operations are performed by using  $p$ -adic number representation of branches:

$$x = \sum_{i=j}^{\infty} x_i p^i, \quad j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3)$$

Metric on  $\mathbf{Q}_p$  is defined in the same way as on  $\mathbf{Z}_p$ . In particular, each tree  $\mathbf{Z}^{(j)}$  coincides with a  $p$ -adic ball  $B_r(0)$ , where  $r = 1/p^j$ . We shall also use  $p$ -adic absolute value:  $|x|_p = \rho_p(x, 0)$ . To calculate it, we have to find in the chain  $\mathcal{N}$  the first (from the left hand side) firing neuron  $n_j$  ( $x_j \neq 0$ , but  $x_l = 0$  for all  $l < j$ ) and set  $|x|_p = 1/p^j$ .

The  $\mathbf{Q}_p$  is a locally compact field. Hence, there also exists the Haar measure  $dx$ .

We now choose  $Q = \mathbf{Q}_p$  as a model of a mental configuration space; consider the Hilbert  $\mathcal{H} = L_2(Q, dx)$  of square integrable functions  $\phi : Q \rightarrow \mathbf{C}$  as the space of quantum-like mental states.

**5.2. Motivation magnitude observable.** It would be interesting to consider the following quantity (more precisely, qualia): *motivation*  $\xi$  to change the mental state  $q$ . Unfortunately, by the same reasons as for the mental state observable we could not introduce a motivation observable. However, we can introduce an observable  $M_\xi$  that will give the magnitude of a motivation. It is impossible to prepare a brain with the fixed motivation  $\xi$ , but we could prepare a brain with the fixed amplitude of a motivation (that gives a measure of motivation's strength). Such  $M_\xi$  must be a kind of derivative with respect to the mental state (coordinate)  $q$ . Such a generalization of derivative is given by *Vladimirov's operator*  $D$ , see [45], defined with the aid of the  $p$ -adic Fourier transform.<sup>6</sup>

**$p$ -adic Fourier transform:**

$$\tilde{\phi}(\xi) = \int_Q \phi(x) e(\xi x) dx, \quad \xi \in Q,$$

where  $e$  is a  $p$ -adic character (an analogue of exponent):  $e(\xi x) = e^{2\pi i \{\xi x\}}$ . Here, for a  $p$ -adic number  $a$ ,  $\{a\}$  denotes its fractional part, i. e., for

$$a = \frac{a_{-m}}{p^m} + \dots + \frac{a_{-1}}{p} + a_0 + \dots + a_k p^k + \dots$$

(where  $a_j = 0, 1, \dots, p-1$ , and  $a_{-m} \neq 0$ ) we have

$$\{a\} = \frac{a_{-m}}{p^m} + \dots + \frac{a_{-1}}{p}.$$

*Vladimirov's operator* of order  $\alpha > 0$  is defined as

$$D^\alpha(\phi)(x) = \int_Q |\xi|^\alpha \tilde{\phi}(\xi) e(-\xi x) d\xi.$$

We remark that  $D^\alpha D^\beta = D^{\alpha+\beta}$ . We define the motivation magnitude observable  $M$  as  $M_\xi = hD$ .

Here  $h = (1/p^m)$  is some normalization constant. The  $h$  plays the role of the Planck constant in ordinary quantum mechanics. At the moment it is not

<sup>6</sup>We remark that it is impossible to define the derivative for maps from  $\mathbf{Q}_p$  to  $\mathbf{R}$ , see [47].



clear: “Can we expect that there exists a kind of universal constant  $h$ , the *mental Planck constant*?” I am quite sceptical that such a universal normalization constant really exists. It is more natural to suppose that  $h$  would depend on a class of cognitive systems under consideration. In fact, by finding  $h$  (the level of motivation discretization) we find the basis  $p$  of the coding system.

To calculate averages of the momentum magnitude operator  $M_\xi$  for different quantum-like mental states, it is natural to use the Fourier transform. By analogy with ordinary quantum mechanics we could say: to move from position to momentum representation.

**Example 5.1.** Let a quantum-like state  $\phi$  is such that its Fourier transform  $\tilde{\phi}(\xi)$  is uniformly distributed over the ball  $B_r(0)$ ,  $r = 1/p^l$ . Here

$$\langle M_\xi \rangle_\phi = p^l \int_{B_r(0)} |\xi|_p d\xi = \frac{1}{p^{l-1}(p+1)}.$$

**5.3. Wholeness of mental observables.** It is important to remark that (in the opposite to the ordinary quantum momentum) the  $M_\xi$  is *nonlocal operator*. It can be represented as an integral operator, see [45]:

$$D(\phi)(x) = \frac{p^2}{p+1} \int_Q \frac{\phi(x) - \phi(y)}{|x-y|_p^2} dy.$$

To find  $M_\xi(\phi)(x)$  in some fixed point  $x$ , we have to take into account values of  $\phi$  in all points of the mental configuration space. Thus *motivation psychological function* could not be localized in some particular neural substructure of brain.

This example is a good illustration of the mathematical description of non-locality of psychological functions in our  $p$ -adic quantum-like model. One of the main distinguishing features of this model is nonlocality of derivation operator (Vladimirov’s operator). Hence the corresponding psychological function is produced by the whole neural system of body (as indivisible system).

**5.4. Psychological functions as quantum-like representations.** The mathematical description of the motivation psychological function by using a new representation in the Hilbert state space is the basic example that can be generalized to describe all possible psychological functions. We remark that the motivation representation is, in fact, a new system of quantum-like mental coordinates. In the case of motivation a new system of coordinates was generated by a unitary operator in the Hilbert state space, namely Fourier transform.

In the general case each psychological function  $F$  is represented mathematically by choosing a system of coordinates in the Hilbert state space, *mental representation*. Thus we can identify the set of all psychological functions with the set of all unitary operators:  $U \rightarrow F_U$  and  $F \rightarrow U_F$ . All mental observables  $A$  represented by self-adjoint operators that can be diagonalized by using the concrete  $U$ -representation can be related to the corresponding psychological function  $F_U$ . For example, for the visual function observables of shape and colour can be diagonalized in the visual representation of the state Hilbert space.

In such a model all psychological functions coexist peacefully in the neural system. The evolution of the quantum-like mental state  $\phi(t, x)$  (see section 9) induces the simultaneous evolutions of all mental functions (in this state). This is unconscious evolution. Thus a conscious system  $\tau$  are not consciously aware about simultaneous evolution of the various psychological functions. Only by the acts of self-measurements of some mental observables  $A_F^{(j)}$  that are diagonal in the  $F$ -representation the  $\tau$  becomes aware about some features of the corresponding psychological function  $F$ .

**5.5. Free mental waves.** We remark that Vladimirov's operator  $D$  has a system of (generalized) eigenfunctions that is similar to the system of free-wave eigenfunctions in ordinary quantum mechanics, where  $\phi_\xi(x) = e^{i\xi x/h}$  corresponds to the fixed value  $\xi$  of momentum. In the mental framework:

$$M_\xi e(h\xi x) = |\xi|_p e(h\xi x).$$

Here we have used the fact [45]:  $De(\xi x) = |\xi|_p e(\xi x)$ . We remark that in the ordinary quantum formalism the  $h$  is placed in denominator,  $\xi x/h$ , and in the  $p$ -adic quantum formalism it is placed in the nominator,  $h\xi x$ . This is a consequence of the fact that  $1/h$  is large in  $\mathbf{R}$  and  $h$  is large in  $\mathbf{Q}_p$ .

The function  $\phi_\xi(x) = e(h\xi x)$  is a kind of *free mental wave* corresponding to the fixed value  $\xi$  of the motivation. As  $|\phi_\xi(x)| = 1$  for all  $x \in Q$ , the probability to find a cognitive system in the mental state  $x$  does not depend on  $x$ . By analogy with the ordinary quantum mechanics we would like to interpret this mathematical fact in the following way: By fixing the magnitude of motivation (strength of willing) we could not localize the mental state. However, we see soon that such an analogy (between material and mental states) could not be used.

A free mental wave  $\phi_\xi$  gives a good example illustrating the role of the phase  $\theta(x)$  of the mental amplitude. Here we have

$$\theta(x) = 2\pi\{\xi x\}. \quad (4)$$

Thus if a cognitive system  $\tau$  has the fixed motivation  $\xi$  and the mental probability distribution  $P(x)$  is uniform, then the phase of the corresponding mental amplitude is determined by (4). Thus in general the phase  $\theta(x)$  of a mental amplitude  $\phi(x)$  is not the pure product neural activity. This phase contains information on transition from one mental representation to another.

**5.6. Privacy of motivation states.** The wave  $\phi_\xi(x)$  is not determined uniquely by the observable  $M_\xi$ . The main distinguishing feature of  $p$ -adic quantum mechanics (discovered by *Vladimirov*, [45]) is huge degeneration of spectrum of the momentum and energy operators. In particular, beside eigenfunctions  $\phi_\xi(x)$ , the  $M_\xi$  has an infinite set of other eigenfunctions corresponding to the eigenvalue  $\lambda = |\xi|_p (= p^k$  for some  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ .

Each  $\lambda = p^k, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  corresponds to an infinite series of eigenfunctions (distinct from the free mental wave  $\phi_\xi(x)$ ) belonging to  $L_2(Q, dx)$ <sup>7</sup>. These eigenfunctions are well localized (concentrated in balls) in the mental configuration space.

This is very natural from the mental point of view. It would be quite strange if the only quantum-like mental state with the fixed motivation magnitude is the state  $\phi_\xi$  characterized by totally indefinite distribution of mental states  $q$ . By intuitive reasons there must be quantum-like mental states characterized by the fixed  $M_\xi = \lambda$  that are concentrated on a special class of mental states (a kind of special mental activity).

One of the most important distinguishing features of quantum-like mental theory is that the motivation magnitude operator  $M_\xi$  has discrete spectrum (except to one point, see further considerations). Hence the magnitude of the motivation could not change continuously.

There exists only one point of spectrum of the operator  $M_\xi$  that is not its eigenvalue:  $\lambda = 0$ . It is the limit point of the eigenvalues  $\lambda_k = p^k, k \rightarrow \infty$ . There is no eigenfunction  $\phi_0$  belonging to the state space  $\mathcal{H}$ . Thus in our model

---

<sup>7</sup>We remark that free mental waves  $\phi_\xi(x)$  are so called generalized eigenfunctions. They are not square integrable. Thus they do not belong to the space of quantum-like mental states  $\mathcal{H} = L_2(Q, dx)$ . One could speculate that such non-normalizable free mental waves may be related to altered consciousness events such as e.g. hallucinations.

brain could not be (alive, awake?) in the stationary quantum-like mental state having the motivation of zero magnitude.

Another distinguishing feature is infinite degeneration of spectrum. This purely mathematical result can have important implications for the problem of *correspondence between mental and physical worlds*. In fact, due to this huge degeneration, *we could not uniquely determine the mental state of a cognitive system by fixing the motivation magnitude  $M_\xi$* .

## 6. Neuron-activation observable

As we have already discussed, we could not introduce a mental state observable  $q$ . However, in the same way as for the motivation we can introduce an operator of the  $p$ -adic magnitude of a mental state:

$$M_q \phi(x) = |x|_p \phi(x).$$

Spectral properties of this operator are similar to spectral properties of the operator  $M_\xi$ : discreteness and infinite degeneration of spectrum. Eigenfunctions of  $M_q$  (belonging to  $\mathcal{H} = L_2(Q, dx)$ ) are localized in  $p$ -adic balls-trees. Therefore:

*There exist stationary states of  $M_q$  that are characterized by activation of the fixed tree of mental states.*

Unfortunately,  $M_q$  could not be used to fix such a tree (as a consequence of infinite degeneration of spectrum).

The operators of position and motivation magnitudes,  $M_\xi$  and  $M_q$ , do not commute (as operators of position and momentum in ordinary quantum mechanics):

$$[M_q, M_\xi] = M_q M_\xi - M_\xi M_q = hJ,$$

where  $J \neq 0$  is an integral operator [45]. Thus we get a *mental uncertainty relation*, compare to [32]:

*For any quantum-like mental state  $\phi$ , it is impossible to measure motivation and position magnitudes with an arbitrary precision.*

By measuring the motivation magnitudes we change position magnitudes and vice versa. This can also be expressed mathematically by using the  $p$ -adic Fourier transform. We denote by  $\Omega_r(x)$  the characteristic function of the ball  $B_r(0)$  (it equals to 1 on the ball and 0 outside the ball). We have [45], p.102,

$$\tilde{\Omega}_r(\xi) = \frac{1}{r} \Omega_{\frac{1}{r}}(\xi).$$

If the state of mind is concentrated on the ball-tree  $B_r(0)$ , then motivations are concentrated on the ball-tree  $B_{\frac{1}{r}}(0)$ .

As in the case of the  $M_\xi$ -observable, the point  $\lambda = 0$  belongs to non discrete spectrum of the  $M_q$  observable. Thus there is no stationary quantum-like mental state  $\phi$  corresponding to zero magnitude of  $q$ . A cognitive system is not alive (awake?) in such a state.

To understand better the mental meaning of the  $M_q$ -observable, it is useful to consider a new mental observable:

$$A = -\log_p M_q.$$

If,  $\phi \in \mathcal{H}$  is an eigenstate of the  $M_q$  corresponding to the eigenvalue  $\lambda = |q|_p = (1/p^k)$ , then  $\phi$  also is an eigenstate of  $A$  corresponding to the eigenvalue  $\mu = k$  and vice versa. Thus the discrete part of the  $A$ -spectrum coincides with the set of integers  $\mathbf{Z}$ . The  $A$  gives the position of the igniting neuron in a layer of neurons. It is called *neuron-activation observable*. We note that there is an interesting relation between neuron-activation observable and entropy.

Let us consider the quantum-like state  $\phi(q) = \sqrt{(p+1)|q|_p} \Omega_1(q)$ . Here  $\sqrt{p+1}$  is just the normalization constant. The corresponding probability distribution  $\mathbf{P}(q) = (p+1)|q|_p$  on the tree  $\mathbf{Z}_p$  and equals to zero outside this tree. The entropy of this probability distribution

$$E_{\mathbf{P}} = - \int_{\mathbf{Z}_p} \log_p \mathbf{P}(q) \mathbf{P}(q) dq = \langle A \rangle_\phi - \log_p(p+1).$$

## 7. Complex cognitive systems; evolution

We now consider a cognitive system consisting of  $n$  hierarchic layers of neurons. It can be an individual brain as well as a system of brains. Mental space of this cognitive system is

$$Q = \mathbf{Q}_p \times \cdots \times \mathbf{Q}_p$$

( $n$  times). For each mental coordinate  $q_j, j = 1, 2, \dots, n$ , we introduce the motivation magnitude operator  $M_j = hD_j$ , where  $D_j$  is Vladimirov operator for  $q_j$ . We introduce *kinetic mental energy* (free energy of motivations) as

$$H = h^2 \Delta,$$

where  $\Delta = \sum_{j=1}^n D_j^2$  is *Vladimirovian* (a  $p$ -adic analogue of the Laplacian).

We note that free mental waves  $\phi_\xi(x) = e(h\xi x)$  are eigenfunctions of this operator with eigenvalues  $\lambda = |\xi|_p^2$ . As in the cases of the  $M_q, M_\xi$ -observables, there is an infinite family of other eigenfunctions distinct from free mental waves. These functions are localized on the mental configuration space (describing fixed ranges of ideas). Spectrum is discrete:  $\lambda = p^k, k = 0, \pm 1, \pm 2$ . Thus the kinetic mental energy is changed only by jumps. The  $\lambda = 0$  is the only point that belongs to the non discrete spectrum of the operator of the kinetic mental energy.

Interactions between brain's layers as well as interactions with the external world are described by the operator of the potential mental energy. It is given by a real valued function (potential)  $V(q_1, \dots, q_n)$ . The total mental energy is represented by the operator:

$$H = h^2 \Delta + V.$$

We note that a mental potential  $V(q_1, \dots, q_n)$  can change crucially spectral properties of the mental energy observable. If  $V$  depends only on  $p$ -adic magnitudes  $|q_j|_p$  of mental coordinates and  $V \rightarrow \infty, |q_j|_p \rightarrow \infty$ , and  $V$  is bounded from below (e. g. nonnegative), then spectrum of  $H$  (that is discrete) has only finite degeneration. Thus the "state of mind" of a free cognitive system could not be determined by fixing the mental energy. However, by using additional mental (information) potentials we could (at least in principle) do this.

The ground mental energy state  $\lambda_0$  is not degenerated at all. In the latter case by fixing the minimal value of the mental energy  $H = \lambda_0$  we can determine the "state of mind", namely the  $\lambda_0$ -eigenstate. Even for other eigenvalues we can try to determine the "state of mind" if the degeneration of spectrum is not so large. It is interesting to remark that mathematical results [45] imply that degeneration of eigenvalues (distinct from the ground energy) increases (as  $p^2$ ) with increasing of  $p$ . If we connect the complexity of a cognitive system with the coding base  $p$ , then we obtain that, for complex cognitive systems (e. g.  $p = 1999$ ), it is practically impossible to determine the "state of mind" corresponding to the fixed value of mental energy.

## 8. Entanglement of psychological functions

**8.1. Classical viewpoint to localization of psychological functions.** The problem of neural localization of psychological functions split neurophysiological community, see e. g. *A. R. Damasio* [53]:

“One held that psychological functions such as language or memory could never be traced to a particular region of brain. If one had to accept, reluctantly, that the brain did produce the mind, it did so as a whole and not as a collection of parts with special functions. The other camp held that, on the contrary, the brain did have specialized parts and those parts generate separate mind functions.”

Both adherents of wholeness and localization of psychological functions have a lot of experimental evidences supporting their views. A kind of peaceful unification of these two views to localization of psychological functions is given by our model of coding of cognitive information by hierarchic pathways activity. As each pathway  $\mathcal{N}$  is hierarchic, then there are a few neurons in the pathway that play the most important role. Their location in some domain  $U$  of brain determines localization of a psychological function containing  $\mathcal{N}$ . However,  $\mathcal{N}$  goes throughout many other brain (and body) regions. So  $U$ -localization is only a kind of *fuzzy localization*.

However, I do not think that this is the end of the localization story. We suppose that cognition involves not only classical dynamics of neural networks, but also quantum-like processing described by the evolution of quantum-like wave function, see section 9. The latter gives the amplitude of probability distribution of realization of classical mental states (hierarchic strings of e. g. frequencies of firings). Such a quantum-like processing of cognitive information would automatically create psychological functions that do not have even fuzzy localization. Such functions are induced via entanglement of localized psychological functions.

**8.2. Entanglement.** Let  $U_1, \dots, U_k$  be some neural structures — ensembles of hierarchic neural pathways — specialized on performing psychological functions  $F_1, \dots, F_k$ . Consider corresponding Hilbert spaces of quantum-like mental states:  $\mathcal{H}_j = L_2(Q_j, dx_j)$ , where  $Q_j = \mathbf{Q}_p^{n_j}$  and  $dx_j$  is the Haar measure on  $Q_j$ . Let  $e_{F_j}$  be the orthonormal basis in  $\mathcal{H}_j$  corresponding to the function  $F_j$ .

Let us consider the Hilbert space of quantum-like mental states of the composite neural system,  $U = U_1 \cup \dots \cup U_k : \mathcal{H} = L_2(Q, dx)$ , where  $Q = Q_1 \times \dots \times Q_k$ . Here a normalized state  $\phi(q_1, \dots, q_k)$  gives the amplitude of probability that  $U_1$  produces  $q_1, \dots, U_k$  produces  $q_k$ . We consider in  $\mathcal{H}$  the orthonormal basis  $e$  obtained as the tensor product of bases  $e_{F_j}$ . The  $e$  describes a mental representation corresponding to the psychological function  $F = (F_1, \dots, F_k)$  produced by classical combination of psychological func-

tions  $F_1, \dots, F_k$ . Let us now consider some other basis  $\tilde{e}$  containing nontrivial linear combinations of vectors of the  $e$ . This basis gives the mental representation of a psychological function  $G$  that could not be reduced to classical combination of psychological functions  $F_j$ . We call  $G$  an *entanglement of psychological functions*  $F_j$ . Of course,  $G$  is produced by the collection  $U$  of neural structures  $U_j$ . But  $G$  arises as nontrivial quantum-like combination of psychological functions  $F_j$ .

We remark that entanglement of psychological functions has nothing to do with entanglement of quantum states of individual micro systems in brain (compare to conventional reductionist quantum models of brain functioning). Entanglement of psychological functions is entanglement of probabilistic amplitudes for information states of macroscopic neural systems, see section 10 for further discussion.

## 9. State-evolution

We want to describe the evolution of a quantum-like mental state (mental wave function)  $\phi(t, x)$ . The first natural and rather nontrivial problem is the choice of the evolution parameter  $t$ . This problem was discussed in the details in [32]. It was shown that there are different natural possibilities to describe the evolution of mental states: “mental time”, “psychological time” as well as ordinary physical time evolution, see also section 10. In this paper we consider the evolution with respect to physical time  $t$  belonging to the real line  $\mathbf{R}$ . To derive the evolutionary equation for  $\phi(t, x)$ , we proceed in the same way as *Schrödinger* in ordinary quantum mechanics. We start with a free mental wave  $\phi_\xi(x) = e(h\xi x)$ ,  $\xi, x \in \mathbf{Q}_p$ . We have:

$$H_0\phi_\xi(x) = |\xi|_p^2\phi_\xi(x),$$

where  $H_0 = h^2D^2$  is the operator of the mental energy for a free system.

The  $\phi_\xi(x)$  is a stationary state corresponding to mental energy  $E = |\xi|_p^2$ . Such a wave evolves as

$$\phi_\xi(t, x) = e\frac{iEt}{h}\phi_\xi(x).$$

We note that this function is a combination of two essentially different exponents: ordinary exponent and  $p$ -adic character. This function satisfies to the evolutionary equation:

$$ih\frac{\partial\phi}{\partial t}(t, x) = h^2D^2\phi(t, x). \quad (5)$$



This is *Schrödinger's mental equation* for a free cognitive system. If we introduce a mental potential  $V(x)$ , then we get general Schrödinger's mental equation:

$$ih \frac{\partial \phi}{\partial t}(t, x) = h^2 D^2 \phi(t, x) + V(x) \phi(t, x). \quad (6)$$

If the initial quantum-like state  $\psi(x) = \phi(0, x)$  is known, then by using (6) we can find  $\phi(t, x)$  at each instant  $t$  of physical time. Under quite general conditions [45], the operator  $H = h^2 D^2 + V(x)$  is a self-adjoint operator. Therefore (6) is standard Schrödinger's equation in the Hilbert space  $\mathcal{H}$  for one rather special class of operators  $H$ . There also are mathematical results on analytical properties of solutions and correctness of Cauchy problem [47].

**Remark 9.1.** (Bohmian theory) We can try to develop an analogue of Bohmian (pilot wave) approach. As in ordinary Bohmian mechanics, we can define a quantum-like mental potential

$$W_\phi(t, x) = -\frac{\hbar^2}{R} D^2 R, \quad \text{where } R(t, x) = |\phi(t, x)|. \quad (7)$$

This potential has the same properties as the ordinary quantum potential:

- (a)  $W_\phi(t, x)$  does not depend on the absolute magnitude of  $\phi$ ;
- (b)  $W_\phi(t, x)$  depends on the second variation of the magnitude of  $\phi$ .

However, (in the opposite to ordinary Bohmian mechanics) we could not describe evolution of an individual mental state (position)  $q(t)$  by using Newton's equation with additional potential  $W$ . From the first sight this is a purely mathematical difficulty. But I think that this mathematical fact has deep cognitive meaning, namely that dynamics of quantum-like state  $\phi(t, x)$  does not determine dynamics of classical mental states. Very different flows of classical mental states (hierarchically ordered neural flows) can produce the same wave  $\phi(t, x)$ . In our model only this wave determines results of mental measurements. Thus (in our model) it seems to be impossible to find one to one correspondence between mental behaviour and neural activity. The flow of consciousness does not uniquely determine neural dynamics in brain.

## 10. Discussion

**10.1. Why quantum-like formalism?** One of the main reasons to expect that mental observables (including mental self-observables) should be described by the quantum-like (Hilbert space probabilistic) formalism is very high sensibility of neural structures to changes of contexts of measurement. Such a sensibility implies the violation of rules of classical probabilistic calculus and induces so

called quantum probabilistic calculus, see [33], [35] for the detailed analysis. The main distinguishing feature of this quantum probabilistic calculus is interference of probabilities of alternatives. Therefore a quantum-like structure of mental observables should imply interference effects for such observables. In [65] it was proposed the general scheme of mental measurements that could be used to find the interference effect. It may be that the corresponding statistical data was already collected somewhere. We need only to extract the interference effect.

Another reason for quantum-like considerations is discrete structure of information processing in brain. It is natural to describe this exchange by quanta of information by a quantum-like formalism. In particular, in our model we automatically obtained that basic mental observables such as e. g. mental energy have discrete spectra. We underline that *philosophy of organism* by *Alfred Whitehead* was one of the first philosophic doctrines in that fundamental proto-mental elements of reality, namely *actual occasions*, had quantum (in the sense of discreteness) structure. The philosophy of organism was based on one-substance cosmology, see [1], p. 26:

“*Descartes and Locke* maintained a two-substance ontology — *Descartes* explicitly, *Locke* by implication. *Descartes*, the mathematical physicist, emphasized his account to of corporeal substance; and *Locke*, the physician and the sociologist, confined himself to an account of mental substance. The philosophy of organism, in its scheme for one type of actual entities, adopts the view that *Locke’s* account of mental substance embodies, in a very special form, a more penetrating philosophic description than *Descartes’* account of corporeal substance.”

**10.2. Quantum and conscious.** In our model of consciousness as the process of (quantum-like) self-measurements over hierarchic neural structures the quantum structure plays important, but not determining role. There are many sensitive physical systems (not only microscopic, but also macroscopic) that could exhibit quantum-like behaviour, see [33]–[35] for the details. Thus to be quantum-like is not the sufficient condition to be conscious. There must be something else that is crucial in inducing consciousness. This consciousness determining factor may be quantum as well as classical (or a very special combination of classical and quantum factors).

It seems that the crucial point might be the ability to “feel” ensemble probability distribution of information strings produced by neural activity. My conjecture is that such a feeling is the basis of mentality. In such a model a cognitive

system reacts not to firings of individual neurons or even large populations of neurons, but to **integral probability distribution of firings**. If this is the really the case, then quantum-like probabilistic formalism would appear automatically, since this is the most general theory of transformations of context depending probabilities [35]–[39].

**10.3. Why  $p$ -adic space?** On the classical level the main distinguishing feature of our model is the ultrametric  $p$ -adic structure of the classical mental space. As we have already mentioned in section 3, ultrametricity is simply a topological representation of hierarchy. Hence, the main classical feature of the model is its very special hierarchic structure. I think that the presence of such a hierarchic structure is the very important condition of cognition and consciousness. In principle, it is possible to consider general ultrametric cognitive models. I restrict myself to consideration of  $p$ -adic models, since there is the possibility to connect  $p$ -adic hierarchic model with frequency domain models.

However, the presence of the  $p$ -adic hierarchy is not sufficient to induce consciousness (nor even cognition). For example, spin glasses have hierarchic structures that in some cases could also be mathematically described by  $p$ -adic numbers, see [62], [63]. The crucial point may be a complex system of interconnections between the huge ensemble of hierarchic neural structures in brain.

**10.4. Individual and ensemble interpretations.** Large diversity of physical interpretations of the mathematical formalism of quantum mechanics is one of serious problems in quantum foundations. Different interpretations provide totally different views to physical reality (including the absence of such a reality at all), see e. g. [10]–[12], [15].

As a consequence of the great success of books by *R. Penrose* on quantum approach to mind, neurophysiologists, psychologists, cognitive scientists, and philosophers are now well familia with one very special interpretation, namely Penrose's *quantum gravity* improvement of the *conventional interpretation* of quantum mechanics.

The first question is: Why does the conventional interpretation need some improvements at all?

This was well explained in book [15]<sup>8</sup>. Conventional quantum theory is a hardly seek person who has been struggling during last 75 years with numerous

---

<sup>8</sup>Neurophysiologists, psychologists, cognitive scientists, and philosophers are lucky that *R. Penrose* does not support orthodox views to quantum theory. So in his books [14], [15] this theory was not presented in the rigid orthodox form.

mysteries and paradoxes, see e. g. [15], p. 237:

...yet it contains many mysteries ...it provides us with a very strange view of the world indeed.”;

or *R. Feynman*:

“It is all mysterious. And the more you look at it the more mysterious it seems.”

Unfortunately, all these mysteries and paradoxes were automatically transmitted to cognitive sciences. Some people enjoy this and they are happy to speak about mental nonlocality or mental collapse. It is the general attitude to couple the mystery of consciousness with some conventional quantum mysteries, e. g. the mystery of superposition. On the other hand, many realistically thinking neurophysiologists, psychologists, cognitive scientists, and philosophers dislike to use all such quantum tricky things as superposition of (e. g. position) states for an individual system, collapse, nonlocality, death of reality in the cognitive framework. I strongly support this viewpoint.

There is no any possibility to go deeply into foundations of conventional quantum theory. I think that the crucial point is the *individual interpretation* of a wave function. The wave function is associated with an individual quantum system (in the orthodox approach — it gives the complete description). For example, the *individual interpretation* induces such a mysterious thing as superposition (e. g. position) states for an individual system. On the other hand, individual superposition immediately implies that

“Quantum theory provides a superb description of physical reality on a small scale. ...”, [15], p. 237.

As the superposition of states for individual macroscopic objects (e. g. cars) was never observed, conventional quantum theory should be applied on so called quantum scale. In particular, all cognitive models based on conventional quantum theory should go deeply beyond the macroscopic neural level, see [15], p.355:

“It is hard to see how one could usefully consider a quantum superposition consisting of one neuron *firing*, and simultaneously *not firing*.”

Therefore all such models suffer of the huge gap between quantum micro and neural macro scales. Of course, there are various attempts to solve these problem. For example, in [15] there was proposed to use quantum coherence

to produce some macro states by coherence of large ensembles of quantum systems.

Finally, we mention quantum gravity improvement of conventional quantum theory, [14], [15]. This is really an improvement and not cardinal change of conventional quantum ideology. It is an attempt to explain reduction as “*gravitationally induced state-vector reduction*.” It would not be useful to discuss in biological journal the role of such an improvement of physical theory. However, for cognitive models, the use of quantum gravity arguments looks as just increasing of conventional quantum mystification. There is a new huge gap between quantum scale and Planck scale ( $10^{-33}$  cm). It is even less believable that mind is induced by superpositions of mass states.

Quantum-like approach to cognitive modeling used in this paper is based on so called *ensemble interpretation* of quantum mechanics, see e.g. *L. Ballentine* [11]. By this interpretation (that was strongly supported by *A. Einstein*) a wave function is associated not with an individual physical system, but with a statistical ensemble of systems. The statistical approach has its advantages and disadvantages. In particular, there is no mystery of state reduction. Individual systems are not in superposition of different states. Superposition of wave functions is a purely statistical property of various ensembles of physical systems. One of the main problems of the statistical approach was the impossibility to get interference of probabilities on the basis of classical ensemble probability. Recently it was done in author’s works [33]–[36] by taking into account context dependence of probabilities. The absence of the mysterious superposition for individual systems and operation with ensembles gives the possibility to apply the Hilbert space probabilistic formalism, quantum-like theory, to ensembles of macroscopic systems. Well, we agree with *R. Penrose* that an individual neuron could not be in superposition of two states, but two ensembles of neurons (as well as the same ensemble at distinct moments) could demonstrate features of superposition.

**10.5. Neural code and structure of mental space.** Suppose that the coding system of a cognitive system is based on a frequency code. There exists an interval of physical time  $\Delta$  such that a classical mental state (mental position) produced by a hierarchic chain of neurons is a sequence with coordinates given by numbers of oscillations for corresponding neurons during the interval  $\Delta$ . This  $\Delta$  depends on a cognitive system and even on a psychological function inside the same brain, namely  $\Delta = \Delta_{\tau, F}$ . Thus in our model the problem of the neural code is closely related to the problem of time-scaling in neural

systems. For different  $\Delta$ , we get different coding systems, and, consequently, different structures of mental spaces. The corresponding natural number  $p$  that determines the  $p$ -adic structure on the mental space is defined as the maximal number of oscillations that could be performed by neurons (in hierarchic chains of neurons working for some fixed psychological function) for the time interval  $\Delta$ . The coding that is based on e.g. the 2-adic system induces the 2-adic mental space that differs crucially from the 5-adic (or 1997-adic) mental space induced by the 5-adic (or 1997-adic) system. As it was remarked in section 3, by changing the  $p$ -adic structure we change crucially dynamics. Hence, the right choice of the time scaling parameter  $\Delta$  and corresponding  $p = p_\Delta$  plays the important role in the creation of an adequate mathematical model for functioning of a psychological function.

**10.6. Mental time.** There might be some connection between the time scale parameter  $\Delta$  of neural coding and *mental time*. There are strong experimental evidences, see e.g. *K. Mogi* [66], that a moment in mental time correlates with  $\approx 100$  ms of physical time for neural activity. In such a model the basic assumption is that the physical time required for the transmission of information over synapses is somehow neglected in the mental time. A moment in mental time is subserved by neural activities in different brain regions at different physical times.

**10.7. Quantum-like models with  $p$ -adic valued functions.** In series of works of the author and his collaborators, see, for example, [47], there was developed the formalism of quantum mechanics in that not only the classical configuration space, but also wave functions are  $p$ -adic. Originally this formalism was developed to serve to high energy physics, theory of  $p$ -adic strings. Later I used this formalism for cognitive modeling, see e.g. paper [29] on  $p$ -adic cognitive pilot wave model (“conscious field model”) giving the very special realization of *Bohm-Hiley-Pylkkänen* ideas on active information. From the mathematical point of view the  $p$ -adic valued formalism looks more attractive than complex valued formalism developed by *Vladimirov* and *Volovich*, see e.g. [45]. In particular, here operators of mental position and motivation are well defined. However, there is a difficulty that induces strong prejudice against this  $p$ -adic valued formalism, namely the appearance of  $p$ -adic valued probabilities. Despite very successful mathematical development of the theory with  $p$ -adic valued probabilities [47], it is clear that we cannot use it for ordinary measurements over physical and cognitive systems. In such measurements we always observe ordinary probabilities. Thus  $p$ -adic valued quantum-like formalism could not

be used to describe traditional mental measurements over a cognitive system performed by external systems. As it was pointed out in [32], such  $p$ -adic probabilities (stabilization of frequencies in  $p$ -adic topology and chaotic behaviour of these frequencies in ordinary real topology) might appear in anomalous phenomena. In principle, such probabilities might be related to functioning of consciousness. It might be that consciousness uses self-measurements following to  $p$ -adic valued quantum-like theory. However, in the present paper we would not like to study such a model of consciousness.

**10.8. Real and  $p$ -adic spaces.** From the first sight in our model there is no direct connection between real continuous space that is traditionally used to describe classical states of material objects and  $p$ -adic hierarchic (treelike) spaces that it was proposed to use to describe classical mental states of brain. From the first sight we follow to *Descartes* doctrine. Such an approach was strongly criticized from many sides. In particular, such a theory is not coherent, see *Whitehead* [1]. Of course, it would be nice to develop some classical and corresponding quantum-like models based on real/ $p$ -adic space. The real and  $p$ -adic parts of material–mental space would describe physical brain and “mental brain”, respectively. First remark is that in general we could not work with the fixed  $p$ -adic structure. As we have already discussed, different cognitive systems and psychological functions can be based on different  $p$ -adic mental spaces. Thus in general model we have to use all  $p$ -adic spaces simultaneously. We remark that a mathematical topological structure unifying real and all  $p$ -adic numbers (for prime  $p$ ) is well known. This is so called adelic space, see [45] on physical models over adels. The next natural step would be to apply adelic quantum-like formalism to measurements over material and cognitive systems. In adelic quantum-like model “the disastrous separation of body and mind, characteristic of philosophical systems which are in any important respect derived from Cartesianism” (see [1], p. 348) could be avoided, since adelic amplitudes would depend both on body (real) and mind ( $p$ -adic) variables.

**10.9. Microtubules.** Are neurons really basic elements for hierarchic mental coding? At the moment there are strongest neurophysiological evidences that this is really the case. Nevertheless, we could not totally reject other possibilities. In particular, last 20 years *S. Hameroff* and his collaborators, see e. g. [67], have been developing the model of consciousness based on quantum processes in microtubules. Hameroff’s approach is a traditional quantum reductionist approach. Thus our paper has nothing to do with it. However, the general idea that microtubules play an important role in information processing in brain

should be considered very seriously in quantum-like approach. Of course, in such a model the main role would be played by hierarchic organization of microtubules on classical level. Quantum-like formalism can be used to describe the corresponding mental amplitude.

**10.10. Non-reductionism.** The basic question of all quantum reductionist models of consciousness is

“How is it that consciousness can arise from such seemingly unpromising ingredients as matter, space, and time? — [15], p. 419.

In our model consciousness has no direct relation to matter. It is a feature of very special hierarchic configuration of information described by the mental amplitude  $\phi(x)$ . By answering to Penrose’s question

“The physical phenomenon of consciousness?”, [15], p. 406,

I say: “*Not! Consciousness is not a bio-physical phenomenon. It is a bio-information phenomenon.*”

**10.11. Quantative measure of consciousness.** I was extremely fascinated by Baars’ idea to consider consciousness as a variable [68]. The main problem is to find some numerical representation of such a consciousness-variable. In our model such a variable should be in some way connected with the basic probability distribution  $P(t, x) = |\phi(t, x)|^2$ . This is the probability that the concrete hierarchic configuration of firings (e. g. configuration of frequencies) is realized in brain at the moment  $t$ . Hence, if sufficiently many hierarchic chains of neurons produce  $x$ , then  $P(t, x)$  is sufficiently large. The value of  $P(t, x)$  by itself cannot be taken as a quantative measure of mentality.

For instance, suppose that  $P(t, x) \equiv 1$  for all  $x$ . This is the uniform distribution on the  $p$ -adic space. We could not expect that such an amplitude with uniform activation of all classical mental states corresponds to a high level of mentality<sup>9</sup>. Conscious behaviour corresponds to a mixture of various motivations. Such a mixture is characterized by variation of the probability distribution  $P(t, x)$ . I propose the following numerical measure of consciousness (at mental state  $\phi(t, x)$ ):

$$\mathcal{M}_{\text{consciousness}} = \int_{\mathbb{Q}_p} \left[ |D_x P(t, x)|^2 + \left| \frac{\partial P(t, x)}{\partial t} \right|^2 \right] dx$$

<sup>9</sup>In particular, the free mental wave  $\phi_\xi(x)$  induces such a probability distribution. In such a state a cognitive system has the fixed motivation  $\xi$ . By proceeding with a fixed motivation (aim, task) a cognitive system  $\tau$  performs not conscious, but merely AI-behaviour (for example, realization of a program given by the string of digits  $\xi$ ).



**10.12. Neural groups.** The fundamental role that internally organized groups of neurons (and not individual neurons) play in processing of information in brain was discussed in details in *Edelman's* theory of neural groups selection (TNGS), [69]. Our model in that neural pathways are used as the neural (classical) basis for processing of information in brain is closely related to TNGS. Of course, we understood that our model may be oversimplified. It may that basic units should be not chains, but whole trees of neurons.

**10.13. Does consciousness benefit from long neural pathways?** Finally, we discuss one of the greatest mysteries of neuroanatomy, see, for example, [17], [52]–[54], [69], [15]. It seems that in the process of neural evolution cognitive systems tried to create for each psychological function as long neural pathways as possible. This mystery might be explained on the basis of our neural pathway coding model. If such a coding be really the case, then a cognitive system  $\tau$  gets great benefits by extending neural pathways for some psychological function as long as possible. For example, let the neural code basis  $p = 5$  and a psychological function  $F$  is based on very short pathways of the length  $L = 2$ . Then the corresponding mental space contains  $N(5, 2) = 2^5 = 32$  points. Let now  $p = 5$  and  $L = 10000$ . Then the corresponding mental space contains huge number of points  $N(5, 10000) = 10^{20}$  points. On the latter (huge) mental space there can be realized mental amplitudes having essentially more complex behaviour (and, consequently, the measure of consciousness). It might be that this mental space extending argument can be used to explain spatial separation of various maps in brain, see e. g. *Edelman* [69].

Main results of this paper were presented in author's talk and poster at the Conferences "Toward a Science of Consciousness" in Shövde, Sweden (2001), and Arizona (2002), [70].

I would like to thank *S. Albeverio, L. Ballentine, E. Beltrametti, T. Hida, D. Greenberger, S. Gudder, I. Volovich, W. De Muynck, J. Summhammer, P. Lahti, J.-A. Larsson, H. Atmanspacher, B. Coecke, S. Aerts, A. Peres, A. Holevo, E. Loubenets, L. Polley, A. Zeilinger, C. Fuchs, R. Gill, L. Hardy, S. Goldshtein, A. Plotnitsky, A. Shimony, R. Jozsa, J. Bub, C. Caves, K. Gustafsson, H. Bernstein* for fruitful (and rather critical) discussions on the structure of quantum formalism. I would like to thank *D. Amit, B. Hiley, S. Greenfield, P. Pikkänen, G. Vitiello* for discussions on cognitive modeling.

## 11. References

1. *A. N. Whitehead*. Process and Reality: An Essay in Cosmology. – Macmillan Publishing Company, New York (1929).
2. *A. N. Whitehead*. Adventures of Ideas. – Cambridge Univ. Press, London (1933)
3. *A. N. Whitehead*. Science in the modern world. – Penguin, London (1939).
4. *A. Shimony*. On Mentality, Quantum Mechanics and the Actualization of Potentialities / In *R. Penrose, M. Longair* (Ed.) The large, the small and the human mind. – Cambridge Univ. Press, New York (1997).
5. *E. Schrödinger*. Philosophy and the Birth of Quantum Mechanics. Edited by *M. Bitbol, O. Darrigol*. – Editions Frontieres (1992).
6. *J. von Neumann*. Mathematical foundations of quantum mechanics. – Princeton Univ. Press, Princeton, N.J. (1955).
7. *W. Heisenberg*. Physics and philosophy. – Harper & Row, Harper Torchbooks, New York (1958).
8. *E. P. Wigner*. The problem of measurement // *Am. J. Phys.*, **31**, 6 (1963); Symmetries and reflections. – Indiana Univ. Press, Bloomington (1967).
9. *N. D. Mermin*. Is the moon there when nobody looks? Reality and quantum theory // *Phys. Today*, 38–41, April 1985.
10. *A. Peres*. Quantum Theory: Concepts and Methods. – Kluwer Academic Publishers (1994).
11. *L. E. Ballentine*. Quantum mechanics. – Englewood Cliffs, New Jersey (1989).
12. *B. d'Espagnat*. Conceptual foundations of Quantum Mechanics. – Perseus Books, Reading, Mass. (1999).
13. *Y. F. Orlov* The wave logic of consciousness: A hypothesis // *Int. J. Theor. Phys.* **21**, 1, 37–53 (1982) .
14. *R. Penrose*. The emperor's new mind. – Oxford Univ. Press, New York (1989).
15. *R. Penrose*. Shadows of the mind. – Oxford Univ. Press, Oxford (1994).
16. *P. M. Churchland*. Matter and consciousness. – MIT Press, Cambridge (1999).
17. *A. Clark*. Psychological models and neural mechanisms. An examination of reductionism in psychology. – Clarendon Press, Oxford (1980).
18. *K. Lorenz*. On aggression. – Harcourt, Brace and World, New York (1966).
19. *B. F. Skinner*. Science and human behaviour. – Macmillan Co., New York (1953).
20. *R. Dawkins*. The selfish gene. – Oxford University Press, New York (1976).

21. *H. P. Stapp*. Mind, matter and quantum mechanics. – Springer-Verlag, Berlin, New York, Heidelberg (1993).
22. *M. Jibu, K. Yasue*. A physical picture of Umezawa's quantum brain dynamics // In: Cybernetics and Systems Research, ed. *R. Trappl*. World Sc., London (1992).
23. *M. Jibu, K. Yasue*. Quantum brain dynamics and consciousness. – J. Benjamins Publ. Company, Amsterdam/Philadelphia.
24. *H. Umezawa*. Advanced field theory: micro, macro, and thermal physics. – American Institute of Physics, New-York (1993).
25. *G. Vitiello*. My double unveiled – the dissipative quantum model of brain. – J. Benjamins Publ. Company, Amsterdam/Philadelphia (2001).
26. *D. Bohm, B. Hiley*. The undivided universe: an ontological interpretation of quantum mechanics. – Routledge and Kegan Paul, London (1993).
27. *B. Hiley, P. Pyllkkänen*. Active information and cognitive science – A reply to Kieseppä // In: Brain, mind and physics. Editors: *Pyllkkänen P., Pyllkkö P., Hautamäki A.* – IOS Press, Amsterdam (1997).
28. *B. Hiley*. Non-commutative geometry, the Bohm interpretation and the mind-matter relationship. To appear in Proc. CASYS 2000, Liège, Belgium, 2000.
29. *A. Yu. Khrennikov*. Classical and quantum mechanics on  $p$ -adic trees of ideas // *BioSystems*, **56**, 95–120 (2000).
30. *M. Lockwood*. Mind, Brain and Quantum. – Oxford, Blackwell (1989).
31. *J. A. Barrett*. The quantum mechanics of minds and worlds. – Oxford Univ. Press (1999).
32. *A. Yu. Khrennikov*. Classical and quantum mechanics on information spaces with applications to cognitive, psychological, social and anomalous phenomena // *Found. Phys.* **29**, 1065–1098 (1999).
33. *A. Yu. Khrennikov*. Origin of quantum probabilities // Proc. Conf. “Foundations of Probability and Physics”. *Quantum Probability and White Noise Analysis*, **13**, 180–200, WSP, Singapore (2001).
34. *A. Yu. Khrennikov*. Linear representations of probabilistic transformations induced by context transitions // *J. Phys.A: Math. Gen.*, **34**, 9965–9981 (2001).
35. *A. Yu. Khrennikov*. Ensemble fluctuations and the origin of quantum probabilistic rule // *J. Math. Phys.*, **43**, N. 2, 789–802 (2002).
36. *A. Yu. Khrennikov*. Hyperbolic Quantum Mechanics. – Preprint: quant-ph/0101002, 31 Dec 2000.
37. *P. A. M. Dirac*. The Principles of Quantum Mechanics. – Clarendon Press, Oxford (1995).

38. *W. Heisenberg*. Physical principles of quantum theory. – Chicago Univ. Press (1930).
39. *A. Yu. Khrennikov*. Human subconscious as the  $p$ -adic dynamical system // *J. of Theor. Biology*, **193**, 179–196 (1998).
40. *A. Yu. Khrennikov*.  $p$ -adic dynamical systems: description of concurrent struggle in biological population with limited growth // *Dokl. Akad. Nauk*. **361**, 752–754 (1998).
41. *S. Albeverio, A. Yu. Khrennikov, P. Kloeden*. Human memory and a  $p$ -adic dynamical systems // *Theor. and Math. Phys*, **117**, No. 3, 385–396 (1998).
42. *A. Yu. Khrennikov*. Description of the operation of the human subconscious by means of  $p$ -adic dynamical systems // *Dokl. Akad. Nauk*. **365**, 458–460 (1999).
43. *D. Dubischar, V. M. Gundlach, O. Steinkamp, A. Yu. Khrennikov*. A  $p$ -adic model for the process of thinking disturbed by physiological and information noise // *J. Theor. Biology*, **197**, 451–467 (1999).
44. *A. Yu. Khrennikov*.  $p$ -adic discrete dynamical systems and collective behaviour of information states in cognitive models // *Discrete Dynamics in Nature and Society* **5**, 59–69 (2000).
45. *V. S. Vladimirov, I. V. Volovich, E. I. Zelenov*.  $p$ -adic Analysis and Mathematical Physics. – World Scientific Publ., Singapore (1994).
46. *I. V. Volovich*.  $p$ -adic string // *Class. Quant. Grav.*, **4**, 83–87 (1987).
47. *A. Yu. Khrennikov*. Non-Archimedean analysis: quantum paradoxes, dynamical systems and biological models. – Kluwer Academic Publ., Dordrecht (1997).
48. *L. Bianchi*. The functions of the frontal lobes // *Brain*, **18**, 497–530 (1895).
49. *I. P. Pavlov*. Complete Works. – Academy of Science Press, Moscow (1949).
50. *W. Bechterew*. Die Funktionen der Nervencentra. – Fischer, Jena (1911).
51. *H. Eichenbaum, R. A. Clegg, A. Feeley*—. Reexamination of functional subdivisions of the rodent prefrontal cortex // *Exper. Neurol.* **79**, 434–451 (1983).
52. *J. M. D. Fuster*. *The prefrontal cortex: anatomy, physiology, and neuropsychology of the frontal lobe*. (1997).
53. *A. R. Damasio*. *Descartes' error: emotion, reason, and the human brain*. – Anton Books, New York (1994).
54. *H. Damasio, A. R. Damasio*. *Lesion analysis in neuropsychology*. – Oxford Univ. Press, New-York (1989).
55. *I. Kant*. *Critique of pure reason*. – Macmillan Press (1985).
56. *D. J. Chalmers*. *The conscious mind: in search of a fundamental theory*. – Oxford Univ. Press, New York (1996).

57. A. Yu. Khrennikov. *Supernalysis*. – Nauka, Moscow, (1997) (in Russian). English translation: Kluwer Academic Publ., Dordrecht (1999).
58. F. C. Hoppensteadt. *An introduction to the mathematics of neurons: modeling in the frequency domain*. – Cambridge Univ. Press, New York (1997).
59. F. C. Hoppensteadt, E. Izhikevich. *Canonical models in mathematical neuroscience* // *Proc. of Int. Math. Congress, Berlin*, **3**, 593–600 (1998).
60. A. J. Lemin. *The category of ultrametric spaces is isomorphic to the category of complete, atomic, tree-like, and real graduated lattices LAT* // *Algebra universalis*, to be published.
61. M. Mezard, G. Parisi, M. Virasoro. *Spin-glass theory and beyond*. – World Sc., Singapore (1987).
62. G. Parisi, N. Sourlas. *p-adic numbers and replica symmetry breaking* // *The European Physical J.*, **14B**, 535–542 (2000).
63. V. A. Avetisov, A. H. Bikulov, S. V. Kozyrev. *Application of p-adic analysis to models of breaking of replica symmetry* // *J. Phys. A: Math. Gen.*, **32**, 8785–8791 (1999).
64. L. Arnold. *Random dynamical systems*. – Springer Verlag, Berlin-New York-Heidelberg (1998).
65. A. Khrennikov. *On cognitive experiments to test quantum-like behaviour of mind*. – *quant-ph/0205092* (2002).
66. K. Mori. *On the relation between physical and psychological time* // *Proc. Int. Conf. Toward a Science of Consciousness*, p. 102, Tucson, Arizona (2002).
67. S. Hameroff. *Quantum coherence in microtubules. A neural basis for emergent consciousness?* // *J. of Consciousness Studies*, **1**, 91–118 (1994); *Quantum computing in brain microtubules? The Penrose-Hameroff Orch Or model of consciousness*. *Phil. Tr. Royal Sc., London, A*, 1–28 (1998).
68. B. J. Baars. *In the theater of consciousness. The workspace of mind*. – Oxford University Press, Oxford (1997).
69. G. M. Edelman. *The remembered present: a biological theory of consciousness*. – New York, Basic Books (1989).
70. A. Khrennikov. *Quantum-like formalism for cognitive measurements* // *Proc. Int. Conf. Toward a Science of Consciousness*, p. 272, Tucson, Arizona (2002).

**Andrei Yurievich KHRENNIKOV**, doctor of science, professor, director of International Center for Mathematical Modeling in Physics and Cognitive sciences, Växjö University (Sweden). Scientific interests: functional analysis (non-Archimedean analysis and superanalysis), foundations of probability theory (non-Kolmogorovean models), quantum probability and information, dynamical systems and number theory, neural networks, cognitive models, Freud's psychoanalysis. Published 6 books and more than 180 articles in leading mathematical, physical and biological journals.

**Андрей Юрьевич ХРЕННИКОВ**, доктор физико-математических наук, профессор, директор Международного Центра по математическому моделированию в физике и когнитивных науках, Университет г. Вэксё (Швеция). Область научных интересов: функциональный анализ (неархимедов анализ и суперанализ), основания теории вероятностей (неколмогоровские модели), квантовые вероятности и информация, динамические системы и теория чисел, нейронные сети, когнитивные модели, психоанализ Фрейда. Автор 6 монографий и более 180 научных работ, опубликованных в ведущих математических, физических и биологических журналах.

**Ю. И. НЕЧАЕВ**

Государственный морской технический университет,  
Институт высокопроизводительных вычислений  
и информационных систем,  
г. Санкт-Петербург  
**E-mail: int@fn.csa.ru**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В БОРТОВЫХ  
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ**

**Аннотация**

Обсуждается проблема математического моделирования при разработке, испытании и функционировании в различных условиях эксплуатации бортовых интеллектуальных систем (ИС) реального времени. Основное внимание уделено анализу особенностей поведения плавучего динамического объекта (ДО), как существенно нелинейной системы, в экстремальных ситуациях. Определены принципы использования нейросетевых технологий и методов планирования эксперимента в задачах повышения надежности функционирования ИС.

**Yu. NECHAEV**

Saint-Petersburg State Marine Technical University,  
Institute for High-Performance Computing and Information Systems,  
Saint-Petersburg  
**E-mail: int@fn.csa.ru**

**MATHEMATICAL MODELLING IN REAL TIME ON-BOARD  
INTELLIGENCE SYSTEMS**

**Abstract**

A mathematical modelling is discussed to develop, test and exploit on-board real-time intelligent systems under the influence of various exploitation conditions. Main attention is attracted to behavior analysis for a essentially nonlinear floating dynamical object during extreme situation. Approaches are determined to apply neural networks and design of experiments technologies for solving of intelligent system reliability problem.

Совершенная логика и безошибочные рассуждения составляют привлекательную теоретическую структуру, но она может быть и неверной: только экспериментатор решает это, и он всегда прав.

---

*Л.Бриллюэн  
«Научная неопределенность и информация», 1964 год*

## Введение

Управление сложными динамическими объектами (ДО) в условиях быстропротекающих процессов их взаимодействия с внешней средой связано с решением задач анализа и интерпретации информации с помощью адаптивных алгоритмов. Реализация этих алгоритмов требует широкого применения моделирования. Использование методов и средств моделирования при создании ИС новых поколений позволяет повысить их функциональную эффективность, надежность и живучесть. Алгоритмическое и программное обеспечение таких систем выступают в роли одного из основных концептуальных элементов управления и принятия решений. Именно этот элемент определяет совершенство ИС и является одним из наиболее трудоемких и дорогостоящих продуктов при ее разработке.

Функционирование ИС реального времени обеспечивается в условиях непрерывного изменения параметров ДО и внешней среды. Неопределенность и неполнота исходной информации порождают дополнительные сложности при выборе требуемой вычислительной технологии. Реализация эффективных алгоритмов анализа и интерпретации данных в бортовых ИС, представляющих собой сложный интегрированный интеллектуальный комплекс, является актуальной задачей использования новых идей и методов, требующих существенно больших вычислительных ресурсов при жестких временных ограничениях. Методологической основой для построения алгоритмических процедур принятия решений в нечетких условиях является концепция оптимальности решения и имеющихся ресурсов (нечеткие цель и ограничения).



## **Концепция моделирования поведения ДО в экстремальных ситуациях**

Исследуемые модели и объекты управления в ИС новых поколений представляют собой класс динамических систем, состояние которых непрерывно изменяется во времени. Особенности поведения ДО в непрерывно изменяющейся среде определяют использование различных подходов к проблеме моделирования, сочетающих традиционные методы и модели анализа и прогноза динамических ситуаций с новым математическим аппаратом, включающим искусственные нейронные сети (ИНС) и генетические алгоритмы (ГА).

### **Принципы формализации знаний**

Рассмотрим особенности представления знаний в ИС, функционирующих в непрерывно изменяющейся динамической среде. При формализации знаний таких систем с достаточной для практических целей точностью выделяют определенные промежутки времени, в течение которых состояние системы меняется незначительно. Это позволяет рассматривать исследуемые ДО в качестве квазистационарных и использовать в пределах указанных интервалов хорошо разработанный аппарат «инженерии знаний», нейросетевые алгоритмы, методы математического моделирования и статистических исследований.

Поведение квазистационарных объектов характеризуется множеством состояний и переходов из одного состояния в другое, связанных с изменением внутреннего состояния системы (определяющих параметров) и внешних возмущений. Гипотеза квазистационарности позволяет рассматривать процесс изменения состояния динамической системы про-исходящим дискретно. В этом случае при описании предметной области приходится учитывать особенности функционирования ИС в различных ситуациях и помимо топологии системы отразить:

- текущее состояние ДО и его изменение в процессе развития ситуации;
- классы допустимых и конфликтных ситуаций ДО и внешней среды;
- динамику взаимодействия ДО с внешней средой в рамках конкретного состояния;
- управляющие воздействия, изменяющие состояние объекта.

Адекватное отображение такой сложно структурированной количественной и качественной информации связано с использованием интегрированных моделей представления знаний, соединяющих возможности схем представления на разных уровнях абстракции.

Разрабатываемые с учетом этих особенностей логические модели задают конкретную формальную систему. В рамках такой системы функционирует ДО, находясь в одном из состояний. Импликативные аксиомы формальной системы определяют логические зависимости между понятиями-соотношениями, расширяя множество фактов и образуя дедуктивный уровень базы знаний. Структура логических формул позволяет описывать зависимости между понятиями предметной области на основе используемых многоуровневых типов переменных.

Таким образом, формальная система задает модель объекта и внешней среды, а логические формулы выделяют из множества возможных классы эквивалентных моделей. Для описания законов регулирования параметров функционирования ДО и стратегий поиска управляющих воздействий используется продукционное исчисление, включающее правила «ситуация–действие». Применение таких правил изменяет значения свободных переменных, что соответствует переводу объекта управления в новое состояние. Следовательно, логическая структура определяет модель объекта управления, а продукционная — модель принятия решения.

### **Принципы обработки информации**

Особенности применения методов математического моделирования в ИС новых поколений состоят в том, что в процессе построения моделей ДО и внешней среды возникает ошибка аппроксимации, которая является одним из основных источников методической погрешности результатов оценки опасности исследуемой ситуации и прогноза ее развития. Это подчеркивает важность использования надежной измерительной информации при реализации адаптивной компоненты базы знаний в задачах совершенствования алгоритмического и программного обеспечения ИС. Повышение достоверности оценки и прогноза ситуации достигается с использованием нового подхода к обработке информации, основанного на развитии концепции «мягких вычислений». Подход предусматривает использование двух теоретических принципов, позволяющих обеспечить рациональную организацию вычислительной технологии обработки данных измерений в задаче анализа и прогноза развития экстремальной ситуации, а также формали-

зывать поток информации при реализации нечеткого логического вывода в мультипроцессорной вычислительной среде.

Принцип конкуренции при выборе вычислительной технологии (рис. 1) обеспечивает сравнительный анализ результатов оценки ситуации с использованием традиционных алгоритмов и нейросетевых моделей. Используемые процедуры параллельной обработки информации при реализации этого принципа отражают процесс функционирования бортового комплекса — от момента получения информации от датчиков измерительной системы — до процедуры логического вывода и выработки практических рекомендаций.



Рис. 1. Поток информации при реализации принципа конкуренции

Принцип формализации нечеткой информации в мультипроцессорной вычислительной среде позволяет осуществлять параллельные цепочки нечеткого вывода в непрерывно изменяющихся условиях динамики объекта и внешней среды (рис. 2). При этом открываются перспективы программной реализации сложных моделей представления и обработки нечеткой системы знаний; обеспечивается функционирование комплекса в режиме реального времени и сокращаются расходы на разработку аппаратного обеспе-

чения механизма нечеткого вывода; устраняются трудности решения задач при распараллеливании вычислительного процесса с существенной нерегулярностью вычислений, характерной для интегрированных комплексов.



Рис. 2. Поток информации при реализации принципа формализации нечеткого вывода в мультипроцессорной среде

Реализация отмеченных принципов дает возможность повысить эффективность функционирования ИС при непрерывном изменении динамики объекта и внешней среды. Практическая значимость обработки информационных потоков в реальном времени обусловлена стремлением повысить скорость машинных вычислений путем распараллеливания вычислительных алгоритмов и реализации их на суперкомпьютерных платформах. Проверка корректности алгоритмов управления и принятия решений осуществляется формальным путем на основе общих требований к алгоритмическому обеспечению системы. Применительно к параллельным алгоритмам логического управления понятие корректности связано со специфическими свойствами таких алгоритмов: непротиворечивостью, устойчивостью и самосогласованностью.

**Формализация знаний**

При разработке программного комплекса формализованной системы знаний ИС используются методы анализа, систематизации и структуризации знаний о динамике объекта и внешней среды. Структурирование поведения объекта в виде дерева решений позволяет построить фрагменты семантических сетей (рис. 3) и представить логические решающие функции распознавания, анализа и прогноза исследуемых ситуаций. Построение дерева решений, разбивающего множество объектов  $A_N$  на множество образов  $M$ , предполагает заданными:

- набор переменных  $X \in X_k (k = 1, \dots, N)$  с областями значений:  $D_1, \dots, D_n$  и  $D_1 \times \dots \times D_n$ ;
- набор значений переменной  $x \in x_k(a)$  для объекта

$$a \in A_k, \quad k = 1, \dots, N;$$

- разбиение множества  $D$  на попарно непересекающиеся подмножества

$$E^1, \dots, E^M, \quad E^S = E_1^{S_1} \times \dots \times E_k^{S_k}; \quad S_j \in 1, \dots, l_j;$$

$$(S = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, k, \quad k = 1, \dots, N).$$

Из определения дерева решений следует:

$$\forall j = 1, \dots, k, \quad D_j = E_j^1 \cup \dots \cup E_j^{l_j};$$

$$i, f = 1, \dots, l_j, \quad E_j^i \neq \emptyset, \quad E_j^i \cap E_j^f = \emptyset.$$

Каждому пути от корня дерева к его вершине соответствует формула

$$\varphi^s(x_1, \dots, x_k) = P_1^{S_1}(x_1) \wedge \dots \wedge P_k^{S_k}(x_k),$$

где  $P_j^{S_j}(x_j)$  определяется заданием множества  $E_j^{S_j} \subseteq P_j$ .

**Интегрированная система знаний**

Создание интегрированной системы знаний в ИС новых поколений базируется на современных приложениях методов и моделей в нечетком и

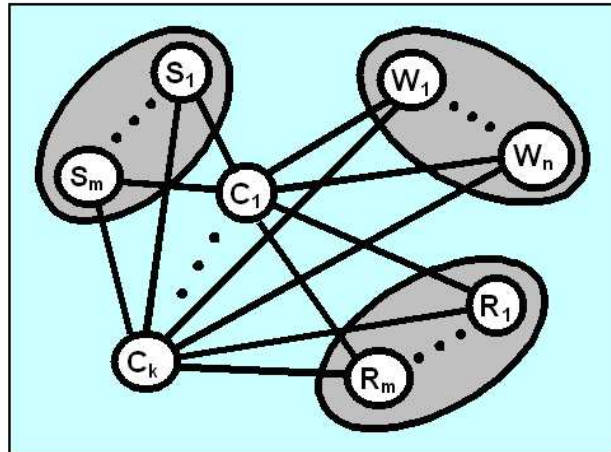


Рис. 3. Фрагмент семантической сети при анализе экстремальных ситуаций

Здесь:  $S_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) — множество сценариев, содержащих описания динамических ситуаций и соответствующие корректировки в параметрах моделей;  $W_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) — множество вариантов (конкретных состояний ДО) описываемых информационной моделью;  $R_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) — множество выводов, описывающих результаты моделирования конкретного сценария по заданному варианту;  $C_k$  ( $k = 1, \dots, r$ ) — множество связей, объединяющих в семантическую сеть кортежи  $\langle S, W, R \rangle$ .

нейросетевом логическом базисе. Прикладная технология разработки архитектуры нечетких нейронных систем в бортовых ИК предусматривает различные подходы к реализации моделей представления и использования знаний. Первый подход отдает предпочтение нечеткой системе знаний. Здесь чаще используется информация, представленная в виде моделей нечетких логических правил, отражающих особенности динамики объекта. Нейросетевые технологии в формализованной системе знаний играют вспомогательную роль, связанную с построением функций принадлежности (ФП) и адаптацией правил к изменениям в динамике системы. Вторым подходом основан на принципах нейросетевого управления и использует преимущества моделей ИНС. Фундаментальное отличие от стандартной техно-

логии ИНС в таких моделях заключается в том, что параметры нейронов и веса синаптических связей перемещаются в нечеткую область. В результате формируется нечеткая многослойная нейронная сеть, осуществляющая сложное нелинейное преобразование информации в терминах логиколингвистических моделей.

Таким образом, разработанная модель знаний представляет множество взаимосвязанных каналами передачи данных и логическими схемами программных объектов, имитирующих динамику поведения сложной системы. Процесс имитации в реальном времени поддерживается управляющей компонентой, координирующей последовательность обработки модельных и временных событий. При необходимости моделирования сложных непрерывных процессов дополнительно используется система имитационного моделирования [9,16], а интеграция знаний осуществляется на основе специально разработанных интерфейсов.

### **Методы и модели в ИС реального времени**

Концептуальные основы создания ИС базируются на фундаментальных принципах, определяющих архитектуру системы и уровни ее управления. Теоретическая база таких систем формируется на основе эффективного сочетания накопленной системы знаний с новыми подходами и парадигмами ИИ. Среди них важная роль принадлежит методам и моделям, обеспечивающим формализацию и интеграцию знаний, механизм логического вывода, поиск решений и выдачу практических рекомендаций (рис. 4).

Процедурная компонента базы знаний бортовых ИС содержит большой объем вычислений. Они связаны с обработкой и анализом измерительной информации, поступающей с датчиков измерительной системы, построением и анализом математических моделей оценки и прогноза рассматриваемых ситуаций, имитационным моделированием взаимодействия плавучего ДО в внешней среде.

### **Традиционные модели**

Наибольший практический интерес представляют стохастические модели, построение которых ведется с использованием методов идентификации, статистического и спектрального анализа. Указанные методы находят применение при оценке параметров внешних возмущений (волнение, ветер)

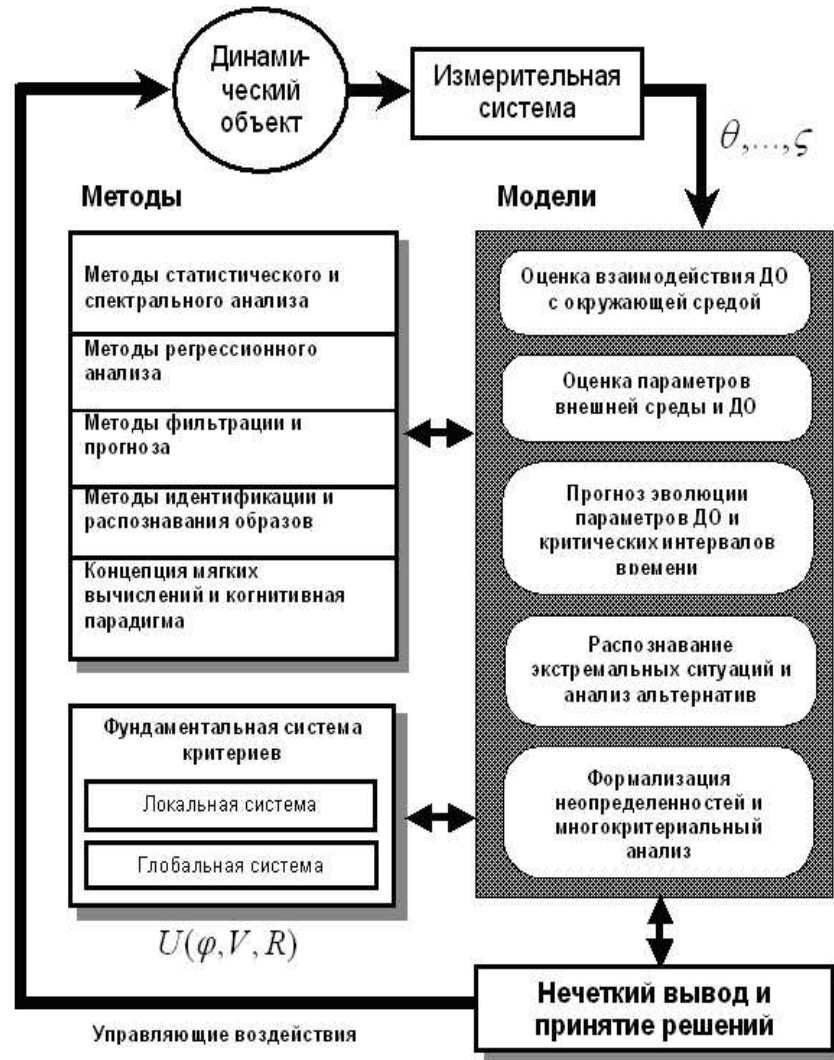


Рис. 4. Методы и модели, используемые в ИС



и коэффициентов дифференциальных уравнений, описывающих динамику объекта при взаимодействии с внешней средой.

При оценке и прогнозировании развития экстремальных ситуаций применяются методы имитационного моделирования, статистические и интервальные модели. С помощью таких моделей ведется оценка параметров внешней среды и характеристик ДО. Проблема фильтрации и прогноза возникает при обработке измерительной информации в задачах предсказания эволюции динамических характеристик и временных интервалов, определяющих критические условия исходя из обеспечения безопасности плавучего ДО. Проблема классификации (распознавания образов) связана с оценкой опасности ситуации, а также при реализации прикладных проблем управления и принятия решений (анализ альтернатив, распознавание экстремальных ситуаций и др.). В качестве одного из эффективных методов анализа поведения ДО при имитационном моделировании экстремальных ситуаций может быть использован метод функционала действия [16]. В бортовых ИС реального времени этот метод имеет определенные преимущества перед другими методами анализа существенно нелинейных динамических систем (метод Монте–Карло, метод моментов, уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова). Метод функционала действия предполагает построение грубых (с точностью до логарифмической эквивалентности) оценок вероятности достижения траекторией динамической системы заданной области в фазовом пространстве. Этот результат используется для вычисления вероятности потери устойчивости движения (вероятности опрокидывания) при динамическом наклонении плавучего объекта под воздействием внешних возмущений.

#### **Модели, использующие принцип нелинейной самоорганизации**

Функционирование бортовых ИС связано с оперативным контролем ситуации и прогнозированием ее развития в условиях непрерывного изменения динамики судна и внешней среды. Обеспечение такого контроля достигается на основе адаптивных алгоритмов, способных изменять свою структуру при изменении поведения ДО на волнении. При синтезе алгоритмов используют различные подходы — детерминистский, стохастический и подход на основе принципов самоорганизации. Первые два подхода предполагают наличие в исходных данных полного информационного базиса, т. е. всех определяющих параметров и факторов, которые необходимо учитывать при анализе ситуации. Принцип нелинейной самоорганизации тре-

бует минимального объема априорной информации [7]. Методологической основой этого принципа является допущение о том, что вся информация о структуре и поведении динамической системы содержится в данных измерений и критериальных соотношениях, определяющих выбор структуры модели. Для прогнозирования состояния ДО в условиях непрерывного изменения внешней среды необходимо сформулировать математическую модель, содержащую всю необходимую информацию о параметрах и изменении состояния судна в течение заданного интервала времени. Именно поэтому принцип нелинейной самоорганизации наиболее эффективен в задачах контроля и прогнозирования экстремальных ситуаций, связанных с внезапными (скачкообразными) изменениями в поведении ДО. На основании данных прогноза ИС вырабатывает практические рекомендации по управлению ДО таким образом, чтобы избежать этой опасности. Реализация принципа нелинейной самоорганизации при разработке базы знаний ИС требует большого объема вычислительных операций, связанных с предварительной оценкой динамики объекта на основе математического моделирования экстремальных ситуаций с последующей формулировкой соответствующих критериальных оценок.

### Нейросетевые модели

Важная роль среди указанных методов и моделей принадлежит *нейросетевым алгоритмам*. Нейросетевые алгоритмы находят применение не только как эффективные вычислительные технологии при идентификации экстремальных ситуаций, оценке параметров внешней среды и характеристик ДО. Они оказываются полезными при построении функций принадлежности базовых правил нечеткого логического вывода, при разработке интеллектуальных датчиков измерительной системы и во многих других задачах, где требуется высокая достоверность результата и надежность практических рекомендаций. Важная роль принадлежит нейросетевым моделям при практической реализации сформулированных выше принципов обработки информации (принципы конкуренции и формализации нечеткой информации) в непрерывно изменяющихся условиях внешней среды и динамики объекта. Использование ИНС, способных адекватно моделировать сложные процессы взаимодействия ДО с внешней средой, особенно эффективно в задачах идентификации и прогноза.

Использование нейросетевых моделей при разработке, испытании и опытной эксплуатации ИС иллюстрирует рис. 5.



Рис. 5. Нейросетевые модели в ИС реального времени

Опыт применения ИНС в ИС открывает широкие возможности выбора нейросетевых структур, соответствующих конкретной ситуации. Эти структуры достаточно подробно описаны в специальной литературе [4, 5, 28] и широко используются в практике разработки динамических ИС различного назначения. Однако в последние годы появились новые модели ИНС, которые могут оказаться полезными в задачах моделирования поведения ДО в непрерывно изменяющейся среде. В частности, публикации последних лет свидетельствуют об эффективности темпоральных ИНС, семантических ИНС с переменным числом нейронов, экстраполирующих ИНС на основе когнитивных карт, растущих ИНС и адаптивных нейронных се-

тей в цифровых регуляторах с прогнозирующими наблюдателями и др. Предложена также организация универсальной вычислительной среды в нейросетевом логическом базисе.

Теоретическая база для использования такого класса моделей заложена в фундаментальных исследованиях по теории ИНС. В этих работах показано, что произвольное многомерное отображение может быть как угодно точно аппроксимировано с помощью нейросетевой модели конечной размерности (с конечным числом слоев и узлов в каждом слое).

При реализации ИНС возникает задача «сжатия» исходной информации, приводящая к упрощению архитектуры сети и сокращению времени ее обучения. Большая размерность входного сигнала является одной из важных проблем применения нейросетевых методов обработки многомерных сигналов и изображений. Современные технические средства ввода изображений обладают высоким разрешением и позволяют получать оцифрованные изображения, содержащие несколько миллионов пикселей. При этом разрешающая способность устройств ввода видеоданных неуклонно растет. Подача сигналов такой большой размерности непосредственно на вход нейронной сети практически невозможна. Требуется сжатие сигнала без потери значимой информации, т.е. предварительный анализ и извлечение компактного и в то же время информативного множества описания сигнала.

Процедуры, положенные в основу решения этой задачи, предусматривают использование методов когнитивной графики [20]. Другой эффективный путь решения состоит в моделировании текстур и фракталов на основе нечетких групп и вейвлет-преобразований [14]. Этот подход будет рассмотрен ниже в задаче распознавания экстремальных ситуаций при обсуждении методов моделирования при функционировании ИС. Особенность подхода состоит в следующем.

Обработка информации разбивается на два этапа. На первом этапе, решается задача извлечения информационных «сгустков» из анализируемого объекта или сигнала. Оценивается представительность в сигнале фрагментов фрактальных структур. На втором этапе выявленная структура фрактальных фрагментов подается на нейронную сеть как компактное информативное представление сигнала. Таким образом, в процессе обработки информации выявляются информативные составляющие сигнала, а с помощью нейронной сети выявляются связи между ними. Характерно, что структурность пронизывает оба этапа процесса обработки: «сгустки», извлекаемые на первом этапе — суть структуры, фрагменты фрактальных

структур, заданные структурно. При этом нейронная сеть выявляет собственно сетевые структурные отношения между «структурами-сгустками». В настоящее время ведется работа по исследованию адекватных моделей и топологий нейронных сетей, ориентированных на фрактальную природу входных для сети структур.

Аппаратная реализация отмеченных принципов обработки информации осуществляется с помощью специально разработанного устройства, получившего наименование программируемого аппаратного акселератора. Плата предназначена для аппаратной реализации (посредством FPGA-программирования) алгоритмов обработки и анализа изображений, многомерных сигналов, распознавания образов, нейросетевых и генетических алгоритмов в приложениях, требующих высокой производительности (не менее 60 Мб/с).

### Организация вычислительной среды

Логический блок рассматриваемой вычислительной системы можно представить в виде совокупности  $Q$  взаимосвязанных и взаимозависимых задач, реализующих основные принципы обработки информации в ИС (принцип конкуренции, принцип формализации нечеткой информации, а также принципы самоорганизации и самообучения). Эти задачи определяют базовые элементы  $Q_i \in Q$  логического уровня описания системы. В качестве схематического представления  $P$  фигурируют множество  $A$  альтернатив  $a \in A$  решения указанных задач  $Q$ , а конструкция  $F$  — отображение задач в системе алгоритмов их решения. В свою очередь, уровень программно-аппаратной среды для данной модели представляет множество  $M$  программных модулей  $m_k \in M$ , написанных при помощи операторов принятого алгоритмического языка и реализующих соответствующие алгоритмы на множестве  $A$ . Способы реализации определяют отображение  $\Phi$  этой системы [20].

Совокупность структур

$$A = \langle P, F, \Phi \rangle \quad (1)$$

отображает архитектуру вычислительной системы.

Планирование вычислительных операций сводится к поиску последовательности действий

$$B = \{b_i\}, \quad (i = 1, \dots, n), \quad (2)$$

позволяющих решить задачу

$$Q : S_{\gamma_0} \rightarrow S_{\gamma^*}, \quad (3)$$

где  $S_{\gamma_0}, S_{\gamma^*} \in S$  — исходная и целевая характеристики предметной области;  $S = S_{\gamma} (\gamma = 1, \dots, r)$  — множество допустимых характеристик (ситуаций).

Корректность построения моделируемой формальной системы определяется полнотой, непротиворечивостью и адекватностью используемых математических моделей.

Наряду с традиционными математическими методами здесь широко применяются достижения ИИ, нейросетевые технологии и новые принципы функционирования ИС, обеспечивающие наиболее сложные уровни ее иерархической структуры — самоорганизацию и самообучение. Использование этих принципов позволяет ИС «понимать» сложные процессы взаимодействия динамического объекта с внешней средой, «моделировать» свои действия, «обучаться» на своем опыте.

В сложных условиях, когда формализованная модель исследуемой ситуации имеет большую размерность, используются сопутствующие подзадачи. Это позволяет повысить эффективность вычислительных процедур в условиях неопределенности и неполноты исходной информации. Корректность построения моделируемой формальной системы определяется полнотой, непротиворечивостью и адекватностью рассматриваемых моделей.

Таким образом, база знаний бортовых ИС включает различные классы математических моделей: от сравнительно простых статистических зависимостей, регрессионных и авторегрессионных моделей, до чрезвычайно сложных существенно нелинейных моделей, реализация которых связана с определенными математическими трудностями. Среди этих моделей особое место занимают нейросетевые структуры, обеспечивающие решение наиболее сложных и трудноформализуемых задач при функционировании ИС.

### **Методы моделирования при разработке и испытании ИС**

Содержательный анализ проблемы моделирования, определяемый соотношением между реальным экспериментом, модельным экспериментом и

теорией, свидетельствует о постоянном внимании исследователей к поиску возможных стратегий моделирования с учетом особенностей исходной информации. Развитие этих подходов связано с применением ИС и стремительно растущей производительностью вычислительных средств.

Поведение ДО описывается в терминах моделей динамических систем со случайным входом, а в отдельных случаях и со случайными параметрами. Моделирование внешних возмущений связано с решением системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих взаимодействие океан–атмосфера. Однако применение такого подхода в бортовых ИС нецелесообразно из-за его трудоемкости и недостаточной изученности физической природы рассматриваемых явлений. В практических приложениях чаще используются математические модели, позволяющие воспроизвести реализацию некоторого процесса с заданными свойствами на основе специально разработанного сценария. Принимая во внимание изменчивость гидрометеорологических процессов во времени и пространстве, можно считать, что наиболее приемлемым их описанием является аппарат скалярных или векторных нестационарных случайных полей.

Для общего представления об используемом математическом аппарате при разработке и испытании ИС ниже дана характеристика математических моделей, описывающих состояние внешней среды и динамику объекта.

*Динамика внешней среды* при разработке и испытании ИС моделируется с использованием современных представлений о движении реального волнового поля (рис. 6) на основе подхода, изложенного в работе [35].

Этот подход основан на использовании представления трехмерного случайного волнового поля  $\zeta(x, y, t)$  в виде дифференциального уравнения в частных производных со случайным входным сигналом типа пространственно-временного поля белого шума  $\varepsilon(x, y, t)$ :

$$\sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{N_2} \sum_{k=0}^{N_3} a_{ijk} \frac{\partial^{(i+j+k)} \zeta}{\partial x^i \partial y^j \partial t^k} = \sum_{i=0}^{M_1} \sum_{j=0}^{M_2} \sum_{k=0}^{M_3} b_{ijk} \frac{\partial^{(i+j+k)} \varepsilon}{\partial x^i \partial y^j \partial t^k}. \quad (4)$$

Здесь  $N_1, N_2, N_3, M_1, M_2, M_3$  — покоординатные порядки авторегрессии и скользящего среднего;  $a_{ijk}, b_{ijk}$  — параметры фильтра.

Стационарное решение дифференциальных уравнений (4) определяет класс случайных полей с обобщенной дробно-рациональной спектральной

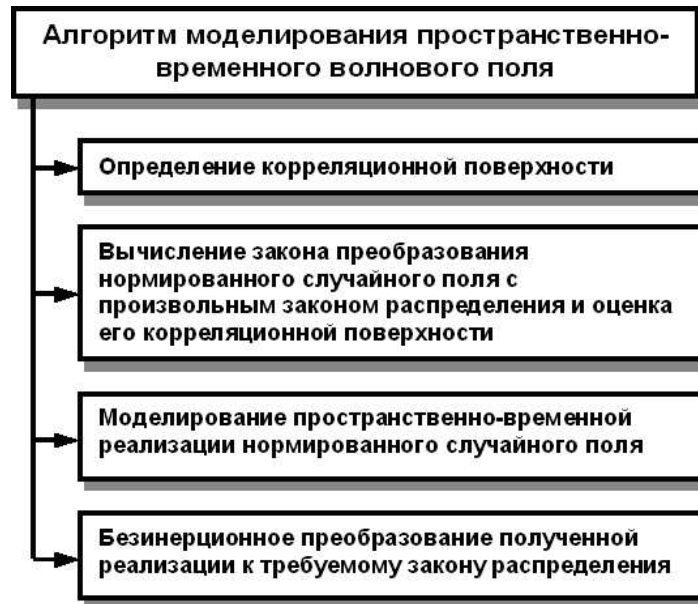


Рис. 6. Последовательность операций при моделировании динамики внешней среды

плотностью:

$$S_{\zeta}(u, v, w) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{\left| \sum_{l=0}^{M_1} \sum_{j=0}^{M_2} \sum_{k=0}^{M_3} B_{ljk} i^{(l+j+k)} u^l v^j w^k \right|^2}{\left| \sum_{l=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{N_2} \sum_{k=0}^{N_3} A_{ljk} i^{(l+j+k)} u^l v^j w^k \right|^2}. \quad (5)$$

Для практической реализации удобна авторегрессионная модель порядка  $(N_1, N_2, N_3)$ , дискретный аналог которой задается в виде

$$\zeta(x, y, t) = \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{N_2} \sum_{k=0}^{N_3} \Phi_{ijk} \zeta(x-i, y-j, t-k) + \varepsilon_{(x,y,t)}; \quad \Phi_{000} = 0, \quad (6)$$

где  $\Phi_{ijk}$  — обобщенные параметры авторегрессии;  $\varepsilon_{(x,y,t)}$  — поле «белого шума» с гауссовым законом распределения.

Разработанные на основе [6] математические модели позволяют также осуществлять моделирование векторных стационарных процессов и по-



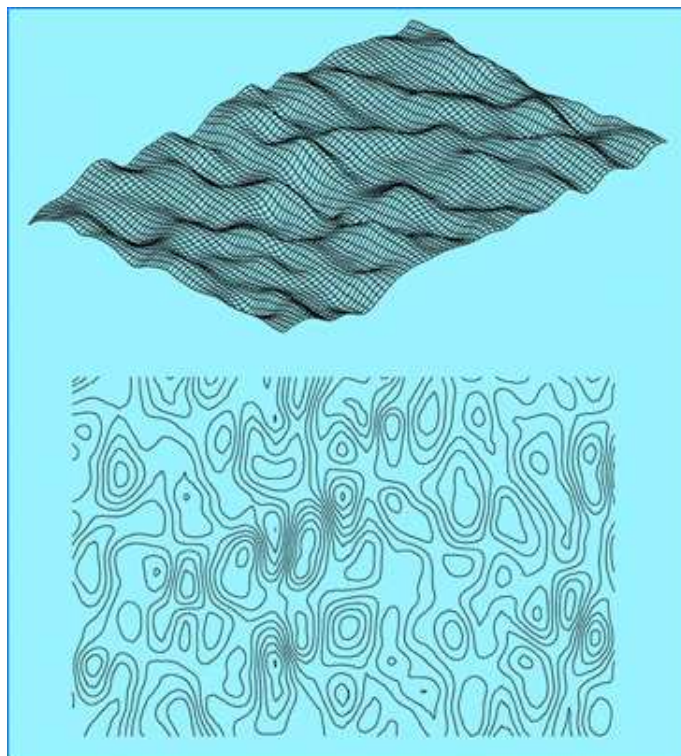


Рис. 7. Фрагменты трехмерного морского волнения

лей, а также воспроизведение динамики нестационарных волновых полей (рис. 7).

В отличие от стационарных случайных процессов и полей, для нестационарных (неоднородных) явлений в задачах анализа внешних воздействий и моделирования поведения плавучего ДО наиболее часто используются эволюционные нестационарные процессы, связанные с аperiodическим изменением вероятностных характеристик во времени и пространстве. Подобными свойствами обладает эволюционно нестационарное (неоднородное) случайное волновое поле, модель которого задается стохастическим

интегралом:

$$V_k(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{H}_k(x - X, y - Y, t - \tau, \delta x, \delta y, \delta t) \times \vec{\varepsilon}(X, Y, \tau) dXdYd\tau, \quad k = (1, \dots, m). \quad (7)$$

Здесь  $\varepsilon(\bullet)$  – векторное поле гауссова белого шума,  $H_k(\bullet)$  –  $k$ -й столбец матричной весовой функции, определяющей параметры фильтра,  $\delta$  – малый параметр, вводимый для параметрического учета неоднородности и нестационарности исходного поля.

Дискретный аналог (7) для векторного пространственно-временного поля, построенный на регулярной сетке, имеет вид:

$$\vec{V}_{(x,y,t)} = \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{N_2} \sum_{k=0}^{N_3} \Phi_{ijk}(\delta x, \delta y, \delta t) \vec{V}_{(x-i, y-j, t-k)} + \sum_{i=0}^{M_1} \sum_{j=0}^{M_2} \sum_{k=0}^{M_3} \Theta_{ijk}(\delta x, \delta y, \delta t) \vec{\varepsilon}_{(x-i, y-j, t-k)}. \quad (8)$$

Здесь  $\Phi_{ijk}$ ,  $\Theta_{ijk}$  – матрицы коэффициентов авторегрессии и скользящего среднего соответственно порядка  $(m \times m)$ , изменяющиеся циклически или эволюционно.

**Динамика объекта.** Для описания общего поведения ДО на волнении вводят три системы координат: неподвижную  $0^\circ \xi^\circ \eta^\circ \zeta^\circ$  и две подвижные, одна из которых  $0\xi\eta\zeta$  движется поступательно вместе с ДО со средней скоростью ДО (полусвязанная система) и другая  $Gxyz$  тесно связана с центром масс  $G$  ДО (подвижная система) (рис. 8).

Математическую модель пространственного движения плавучего ДО, можно записать в виде нелинейного матричного уравнения. Общий вид этого уравнения представляется в форме Коши:

$$x' = \Phi(X, U, W, t), \quad (9)$$

где  $X, U, W$  – матрицы-столбцы (векторы) переменных состояния, управляющих и возмущающих воздействий;  $\Phi$  – нелинейная векторная функция, представляющая собой матрицу-столбец скалярных нелинейных функций,

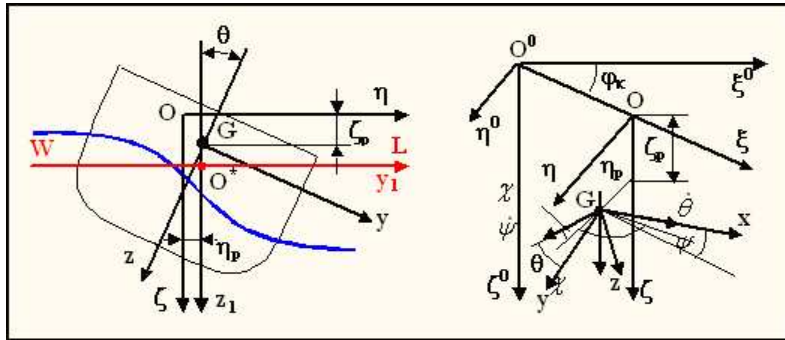


Рис. 8. Системы координат

общее число которых совпадает с числом переменных состояния:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix}. \quad (10)$$

В качестве переменных состояния рассматриваются проекции угловой и линейных скоростей, углы рыскания, крена и дифферента, а также линейные координаты центра масс. Вектор состояния характеризует полное пространственное движение ДО и содержит следующие составляющие:

$$X = (x_g, y_g, z_g, V_x, V_y, V_z, \theta, \psi, \zeta, \omega_x, \omega_y, \omega_z). \quad (11)$$

Конкретизация математической модели при исследовании динамики взаимодействия плавучего ДО с внешней средой связана с переходом от общей модели (12) к системе нелинейных дифференциальных уравнений. Такая система базируется на гидродинамической концепции «удлиненного тела» и двухпараметрических разложениях в ряды по степеням малых

параметров [2].

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{D}{g} + \lambda_{22} \right) \ddot{\eta}_g + \lambda_{32} \ddot{\zeta}_g + \lambda_{42} \ddot{\theta} + \lambda_{62} \ddot{\chi} + \frac{\partial \lambda_{22}}{\partial \theta} \dot{\theta} \dot{\eta}_g + \frac{\partial \lambda_{32}}{\partial \theta} \dot{\theta} \dot{\zeta}_g + \\
& \quad + \frac{\partial \lambda_{42}}{\partial \theta} \dot{\theta}^2 + \frac{\partial \lambda_{62}}{\partial \theta} \dot{\theta} \dot{\chi} + \mu_{22} \dot{\eta}_g + \mu_{42} \dot{\theta} + \mu_{62} \dot{\chi} = \\
& = \left[ D\alpha_0 \left( \bar{P}_\eta^{21} - \bar{P}_\eta^{22} \frac{\theta^2}{2} \right) - \lambda_{22} \zeta_A \omega^2 \left( \bar{P}_\eta^{31} - \bar{P}_\eta^{32} \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \sin \beta \sin \omega_k t + \\
& \quad + \left[ D\alpha_0 \bar{P}_\eta^{23} \theta \sin^2 \beta + \lambda_{22} \zeta_A \omega^2 \left( \bar{P}_\eta^{33} + \bar{P}_\eta^{34} \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \cos \omega_k t, \\
\\
& \left( \frac{D}{g} + \lambda_{33} \right) \ddot{\zeta}_g + \lambda_{23} \ddot{\eta}_g + \lambda_{43} \ddot{\theta} + \lambda_{53} \ddot{\psi} + \frac{\partial \lambda_{23}}{\partial \theta} \dot{\theta} \dot{\eta}_g + \frac{\partial \lambda_{33}}{\partial \theta} \dot{\theta} \dot{\zeta}_g + \\
& + \frac{\partial \lambda_{43}}{\partial \theta} \dot{\theta}^2 + \frac{\partial \lambda_{53}}{\partial \theta} \dot{\theta} \dot{\psi} + \mu_{33} \dot{\zeta}_g + \mu_{53} \dot{\psi} + \gamma S \zeta_A \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} \right) - \gamma S x_f \psi \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} \right) = \\
& = \left[ \gamma S \zeta_A \bar{P}_\zeta^{11} - D\alpha_0 \left( \bar{P}_\zeta^{21} - \bar{P}_\zeta^{22} \frac{\theta^2}{2} \right) - \lambda_{33} \zeta_A \omega^2 \left( \bar{P}_\zeta^{31} + \bar{P}_\zeta^{32} \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \cos \omega_k t - \\
& - \left[ S \zeta_A \bar{P}_\zeta^{12} + D\alpha_0 \bar{P}_\zeta^{23} \theta \sin \beta + \lambda_{33} \zeta_A \frac{\omega^2}{|\sin \beta|} \left( \bar{P}_\zeta^{33} - \bar{P}_\zeta^{34} \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \sin \omega_k t, \\
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
& (I_{xx} + \lambda_{44}) \ddot{\theta} - (I_{xx} - \lambda_{64}) \ddot{\chi} + I_{xx} \ddot{\psi} \theta + \frac{\partial \lambda_{44}}{\partial \theta} \dot{\theta}^2 + \lambda_{24} \ddot{\eta}_g + \lambda_{34} \ddot{\zeta}_g + \\
& \quad + \frac{\partial \lambda_{24}}{\partial \theta} \dot{\theta} \dot{\eta}_g + \frac{\partial \lambda_{34}}{\partial \theta} \dot{\theta} \dot{\zeta}_g + \frac{\partial \lambda_{64}}{\partial \theta} \dot{\theta} \dot{\chi} + \mu_{24} \dot{\eta}_g + \mu_{44} \dot{\theta} + \mu_{64} \dot{\chi} + D l(\theta) + \\
& + \gamma S \zeta_g \theta \left( \frac{\zeta_g}{2} + z_p \right) + \gamma S x_f \psi \theta (\zeta_g + z_p) = -D\alpha_0 \sin \beta \left[ r \bar{M}_\zeta^{11} \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} \right) - \right. \\
& \quad \left. - T \left( \bar{M}_x^{21} + \bar{M}_x^{22} \frac{\theta^2}{2} \right) - \frac{\lambda_{44}}{D} \omega^2 \left( \bar{M}_x^{31} + \bar{M}_x^{32} \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \sin \omega_k t + \\
& + \left[ (\gamma S \zeta_A z_p \bar{P}_\zeta^{11} - D T \alpha_0 \bar{M}_x^{23}) \theta + \lambda_{44} \alpha_0 \omega^2 \left( \bar{M}_x^{33} + \bar{M}_x^{34} \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \cos \omega_k t, \\
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (I_{yy} + \lambda_{55})\ddot{\psi} + I_{yy}\ddot{\chi}\theta + (I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\chi} + I_{xx}\dot{\theta}^2 + \\
 & + \lambda_{35}\ddot{\zeta}_g + \mu_{35}\dot{\zeta}_g + \mu_{55}\dot{\psi} + DH_0\psi - \gamma Sx_f\zeta_g = \left[ \gamma S\zeta_A \frac{L}{2} \bar{M}_\eta^{11} + \right. \\
 & + DT\alpha_0 \left( \bar{M}_\eta^{21} + \bar{M}_\eta^{22} \frac{\theta^2}{2} \right) - \lambda_{33}\alpha_0\omega^2 \frac{LT}{2} \left( \bar{M}_\eta^{31} + \bar{M}_\eta^{32} \frac{\theta^2}{2} \right) \left. \right] \sin \omega_k t - \\
 & - \left[ DT\alpha_0 \bar{M}_\eta^{23} \theta \sin \beta - \lambda_{33}\alpha_0\omega^2 \frac{LT}{2|\sin \beta|} \left( \bar{M}_\eta^{33} + \bar{M}_\eta^{34} \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \cos \omega_k t,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (I_{zz} + \lambda_{66})\ddot{\chi} - (I_{xx} - \lambda_{46})\ddot{\theta} - I_{zz}\ddot{\psi}\theta - (I_{xx} + I_{zz} - I_{yy})\dot{\theta}\dot{\psi} + \\
 & + \lambda_{26}\ddot{\eta}_g + \frac{\partial \lambda_{26}}{\partial \theta} \dot{\theta}\dot{\chi} + \mu_{46}\dot{\theta} + \mu_{66}\dot{\chi} = \left\{ DT\alpha_0 \left[ \bar{M}_{\zeta C}^{22} \cos \beta - \bar{M}_{\zeta C}^{22} + \right. \right. \\
 & + \left. \left. \left( \bar{M}_{\zeta C}^{23} \cos \beta - \bar{M}_{\zeta S}^{23} \right) \theta^2 \right] + \lambda_{22}\alpha_0\omega^2 \frac{LT}{2} \left( \bar{M}_{\zeta S}^{33} + \bar{M}_{\zeta S}^{34} \frac{\theta^2}{2} \right) \right\} \times \\
 & \times \sin \beta \cos \omega_k t + \left\{ DT\alpha_0 \left[ \left( \bar{M}_{\zeta C}^{21} \cos \beta + \bar{M}_{\zeta S}^{21} \sin^2 \beta \right) \theta + \right. \right. \\
 & + \left. \left. \left( \bar{M}_{\zeta S}^{22} \cos \beta + \bar{M}_{\zeta C}^{22} \right) \theta^2 \sin \beta \right] - \lambda_{22}\alpha_0\omega^2 \frac{LT}{2} \times \right. \\
 & \left. \left. \times \left( \bar{M}_{\zeta S}^{31} + \bar{M}_{\zeta S}^{32} \frac{\theta^2}{2} \right) \right\} \sin \omega_k t.
 \end{aligned}$$

Здесь все обозначения согласуются с данными работы [2]. Уравнение продольно-горизонтальных колебаний в приведенной системе не рассматривается. В практических приложениях это уравнение используется при исследовании особого класса задач, связанных с потерей управляемости и внезапным разворотом плавучего ДО на волнении (режим «бронинг»).

Реализация системы (12) в задачах анализа и прогноза поведения ДО при разработке и испытании ИС связана с рассмотрением вполне определенных положений ДО на волнении (носом на волну, лагом к волне, на попутном волнении, под курсовым углом к волне). Это позволяет значительно упростить систему, иногда использовать отдельные дифференциальные уравнения, пригодные в каждом конкретном случае ориентировки ДО относительно бега волн.

Для проведения моделирования и тестирования БЗ ИС разработано инструментальное средство, основные функции которого состоят в следующем:

- анализ поведения ДО в стандартных и нестандартных (аварийных и критических) ситуациях при различном уровне внешних возмущений;
- выделение закономерностей, характерных для конкретного класса исследуемого объекта;
- использование выделенной закономерности для сопоставления с критерияльными соотношениями порождающих правил БЗ ИС, а также с целью распознавания объектов, их классификации, диагностики и прогнозирования.

Основным отличительным свойством комплекса является возможность построения модели исследуемого объекта с учетом специфики решаемой задачи и широкое использование современных средств моделирования случайных процессов, в том числе и трехмерного морского волнения различной структуры. Принципиальная схема инструментального средства имитационного моделирования поведения ДО на волнении приведена на рис. 9 [3,12].

Роль нейросетевых технологий при разработке ИС сводится к реализации нечетких ИНС при формализации БЗ отдельных интеллектуальных подсистем, входящих в состав бортового интегрированного комплекса (организация нечетких логических правил, построение функций принадлежности, решение задач фильтрации и прогноза, обращение матриц и др.), а также при построении интеллектуальных датчиков при организации измерительной системы.

### **Методы моделирования при функционировании ИС**

Формальные процедуры, лежащие в основе функционирования ИС, предполагают использование измерительной информации и методов математического моделирования. Решение прикладных задач анализа и прогноза поведения ДО в ИС ведется различными математическими методами с привлечением теории планирования эксперимента. Информация, получаемая от датчиков динамических измерений в процессе нормальной эксплуатации объекта представляет собой данные пассивного эксперимента. Активный эксперимент используется только на этапе тестирования и адаптации ИС. Использование данных пассивного эксперимента порождает ряд проблем вычислительной технологии, которые решаются на базе специальных алгоритмов преобразования информации и опыта разработки ИС. Среди этих



Рис. 9. Поток информации при имитационном моделировании взаимодействия ДО с внешней средой

алгоритмов наибольшие сложности возникают при оценке устойчивости колебательных режимов движения ДО. Создание компьютерных моделей физических систем, адекватно описывающих сложные процессы и явления, связано с использованием формализованных алгоритмов взаимодействия и проведением операций математического моделирования.

В бортовых ИС реального времени для инициализации процесса принятия решений используется поток информации о поведении ДО и внешних возмущениях (рис. 10). Для повышения надежности функционирования ИС в условиях неопределенности и неполноты исходной информации в процедурной компоненте базы знаний предусматривается механизм имитационного моделирования информационных потоков, учитывающий специфику исследуемых ситуаций. Этот поток содержит информацию о поведении ДО и о динамике внешней среды.

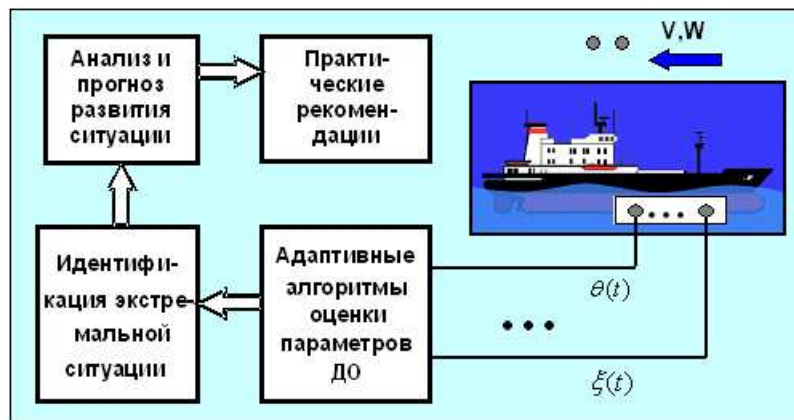


Рис. 10. Общая схема функционирования бортовой ИС  
Здесь:  $V, W$  — векторы скорости и направления ветра и волнения;  
 $\theta(t), \dots, \zeta(t)$  — параметры колебательного движения ДО при качке на морском волнении.



**Модели выбора оптимальных режимов качки ДО**

В качестве иллюстрации рассмотрим практически важный результат, полученный при анализе математической модели, позволяющей выделять области безопасных колебательных режимов качки ДО на волнении. Этот результат имеет приложение во многих задачах анализа и интерпретации данных при функционировании ИС реального времени (выбор условий проведения специальных операций, посадка вертолета в морских условиях и др.). В основу построения математической модели положены экспериментально установленные факты и закономерности, о незначительном влиянии вертикальных колебаний на килевые и слабой их связи с бортовыми вне зоны параметрического резонанса [35]. Это позволило упростить исходную систему (12) и рассматривать следующую математическую модель:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} + 2\nu_{\theta}(V)\dot{\theta} + n_{\theta}^2\theta f(\theta) &= M_{W\theta}(\chi, x, t), \\ \ddot{\zeta} + 2\nu_{\zeta}\dot{\zeta} + n_{\zeta}^2\zeta - a_{33}V\dot{\psi} - a_{35}V\psi &= F_{W\zeta}(\chi, x, t), \\ \ddot{\psi} + 2\nu_{\psi}(V)\dot{\psi} + n_{\psi}^2(V)\psi &= M_{W\psi}(\chi, x, t). \end{aligned} \quad (13)$$

Все уравнения в (13) записаны в абсолютной системе координат, что характерно для рассматриваемой задачи.

Здесь  $F_{W\zeta}(\chi, x, t)$ ,  $M_{W\psi}(\chi, x, t)$ ,  $M_{W\theta}(\chi, x, t)$  – возмущающие сила и моменты волновой природы;  $\nu_{\zeta}, \nu_{\psi}(V), \nu_{\theta} = \nu_1 + \nu_2(V)$  – коэффициенты демпфирования;  $a_{33}, a_{35}$  – собственные частоты и коэффициенты связи;  $f(\theta)$  – функция, определяющая нелинейность поперечного восстанавливающего момента.

Система уравнений (13) задает совместные перемещения судна  $(\psi, \theta, \zeta)$  под действием возмущающей силы  $F_{W\zeta}$  и моментов  $M_{W\theta}, M_{W\psi}$  нерегулярной природы. Они вызываются морским волнением, характеризуемым возвышением  $\zeta_W(x, y, t)$  поверхности моря над равновесным уровнем  $z = 0$ , т.е. пространственно-временным полем. Для простоты рассмотрим двумерное волнение  $\zeta_W(x, t)$ , полагая длину его гребней существенно больше длины судна. Возмущающие сила и момент в модели (13) имеют

вид:

$$\begin{aligned}
 F_{W\zeta}(x, t) &= \frac{1}{D + \lambda_{33}} \int_{x-L/2}^{x+L/2} \left[ B' \zeta_W(\xi \cos \chi, t) + \right. \\
 &\quad \left. + \nu_{33} \dot{\zeta}_W(\xi \cos \chi, t) + \lambda_{33} \ddot{\zeta}_W(\xi \cos \chi, t) \right] d\xi, \\
 M_{W\psi}(x, t) &= \frac{1}{I_{yy} + \lambda_{55}} \int_{x-L/2}^{x+L/2} \left[ B' \psi_W(\xi \cos \chi, t) + \right. \\
 &\quad \left. + \nu_{33} \dot{\psi}_W(\xi \cos \chi, t) + \lambda_{33} \ddot{\psi}_W(\xi \cos \chi, t) \right] \xi d\xi. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Здесь  $B' = B - (2\pi/\bar{\lambda})S_0$  — приведенная (с учетом затухания волновых возмущений на глубине) ширина плавучего ДО;  $S_0$  — погруженная площадь поперечного сечения;  $\bar{\lambda}$  — средняя длина волны.

С учетом зависимости  $x = Vt \cos \chi$ , временные ряды возмущающих сил и моментов, действующих на ДО, движущийся со скоростью  $V$  и курсовым углом  $\chi$  в момент времени  $t$ , будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
 M_{W\theta}(t) &= M_{W\theta}(t, Vt \cos \chi), \\
 M_{W\psi}(t) &= M_{W\psi}(t, Vt \cos \chi), \quad (15) \\
 F_{W\zeta}(t) &= F_{W\zeta}(t, Vt \cos \chi).
 \end{aligned}$$

Для определения временных рядов (15) воспроизводилось пространственно-временное поле  $\zeta_W(x, t)$  нерегулярного морского волнения на основе модели авторегрессии-скользящего среднего. Эта модель основывается на представлении процесса волнения как решения линейного дифференциального уравнения  $N$ -го порядка с постоянными коэффициентами и случайным входным сигналом:

$$A[x, t] \cdot \zeta_W(x, t) = B[x, t] \cdot \varepsilon(x, t), \quad (16)$$

где

$$A[x, t] = \sum_{i=0}^N a_i \frac{\partial^i}{\partial t^i} + b_i \frac{\partial^i}{\partial x^i}; \quad B[x, t] = \sum_{j=0}^M c_j \frac{\partial^j}{\partial t^j} + d_j \frac{\partial^j}{\partial x^j}; \quad (17)$$

есть линейные дифференциальные операторы с коэффициентами авторегрессии  $(a_i, b_i)$  и скользящего среднего  $(c_j, d_j)$ , а  $\varepsilon(x, t)$  — поле централизованного белого шума с единичной дисперсией.

Несмотря на сравнительную простоту алгоритма воспроизведения и высокую скорость сходимости, в отдельных задачах можно не прибегать к моделям (16), (17) и использовать традиционное спектральное представление, рассматривающее пространственно-волновое поле в виде ортогонального разложения по гармоническому базису [35]:

$$\zeta_W(x, t) = \sum_k a_k \cos(\omega_k t + k_k x) + \sum_k b_k \sin(\omega_k t + k_k x). \quad (18)$$

Здесь  $\{a_k, b_k\}$  — независимые случайные величины;  $k = \omega^2/g$  — волновое число. Сходимость модели (18) на порядок медленнее, чем (16), (17). Однако использование аналитического пространственно-временного базиса позволяет существенно упростить процедуру вычисления возмущающих сил и моментов путем частичного интегрирования (17).

Для инициализации спектральной модели (18) морского волнения воспользуемся типовой аппроксимацией спектра штормового (ветрового) волнения

$$S(\omega) = A\omega^{-5} \exp[-B\omega^{-4}]. \quad (19)$$

Коэффициенты  $A, B$  выражаются через среднюю высоту  $\bar{h}$  и средний период волнения  $\bar{\tau}$ .

Анализ проведен для ДО длиной 100 м со следующими характеристиками:  $n_\theta = 0.6(c^{-1})$ ,  $n_\zeta = 0.93(c^{-1})$ ,  $n_\psi = 1.07(c^{-1})$  и нелинейной функцией восстанавливающего момента со стандартной и  $S$ -образной диаграммами (мягкая и жесткая характеристики).

В результате интегрирования системы уравнений каждой паре значений  $(V, \chi)$  ставится в соответствие три временных ряда  $\{\theta(t_i), \psi(t_i), \zeta(t_i)\}$ ,  $t_i \in [T_0, T]$ . Каждый из них можно охарактеризовать набором соответствующих вероятностных характеристик: дисперсиями  $D_\theta, D_\psi, D_\zeta$  или среднеквадратическими отклонениями  $\sigma_\theta, \sigma_\psi, \sigma_\zeta$ , а также характерными амплитудами колебательного движения (амплитуды качки), например — 3% обеспеченности  $(\theta_{3\%}, \psi_{3\%}, \zeta_{3\%})$ , вычисляемыми по исходным рядам.

Анализ показал, что на сильном штормовом волнении резонансные области качки сильно разнесены: бортовые колебания достигают максимума на курсовых углах  $100^0$ – $110^0$  при скорости около 2–3 м/с (4–6 узлов). Килевые и вертикальные колебания возрастают при увеличении скорости

хода на встречном волнении; на курсовых углах в  $30^0-45^0$  проявляются резонансные явления. Для умеренного волнения область резонанса бортовой качки существенно смещена в область попутного волнения:  $130^0-150^0$  и  $5-7$  (м/с). Поскольку средняя длина волны в этом случае около  $50$  м, что вдвое меньше длины ДО, картина вертикальной и килевой качки существенно меняется. Для вертикальной качки характерна зона резонанса  $80^0-100^0$  (т. е. максимум возмущающей силы достигается лагом к волне), а для килевой этот эффект наступает при косых углах около  $30^0$  (в этом случае приведенная длина волны  $\lambda/\sin(\chi)$  близка к длине судна).

Величины  $(\theta_{3\%}, \psi_{3\%}, \zeta_{3\%})$  являются вероятностными характеристиками колебаний ДО, но для обеспечения безопасной посадки вертолета необходимо знать временные характеристики наступления опасных ситуаций. Потому в качестве меры опасности рассмотрим число превышений процессами  $\theta(t_i), \psi(t_i), \zeta(t_i)$  некоторых наперед заданных «опасных» уровней  $\theta_0, \psi_0, \zeta_0$ . Например:  $\theta_0 = 10^0, \psi_0 = 2^0, \zeta_0 = 1(m)$ . Для процесса качки  $x(t)$  среднее число превышений за единицу времени можно в первом приближении выразить как

$$N_x(C) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{-\rho_0''} \exp\left(-\frac{C^2}{2\sigma_x^2}\right). \quad (20)$$

Здесь  $\rho$  — значение корреляционной функции случайного процесса  $x(t)$ . Тогда будем полагать зоной безопасной операции область на диаграмме  $(V, \chi)$ , в которой по каждому из параметров  $\theta(t), \psi(t), \zeta(t)$  превышения опасных уровней  $\theta_0, \psi_0, \zeta_0$  происходят не чаще, чем 1 раз в минуту.

На рис. 11 приведены диаграммы качки с нанесенными на них зонами безопасной операции, для четырех интенсивностей волнения и двух типов нелинейных функций восстанавливающего момента. Из рисунка видно, что на интенсивном штормовом волнении (7 баллов) для обоих типов диаграмм зона безопасной операции появляется лишь на попутном волнении, поскольку основной вклад в перемещения вносят вертикальная и килевая качка. При снижении интенсивности (6 баллов) становится заметным, что опасная зона формируется под влиянием всех трех видов качки: килевой (на встречном волнении), вертикальной (на косых углах и лагом к волне), бортовой (на попутном волнении). Заметим, область безопасной качки для ДО с жесткой ( $S$ -образной) функцией восстанавливающего момента шире, чем для судна с нормальной диаграммой за счет резкого увеличения восстанавливающего момента при больших углах крена.

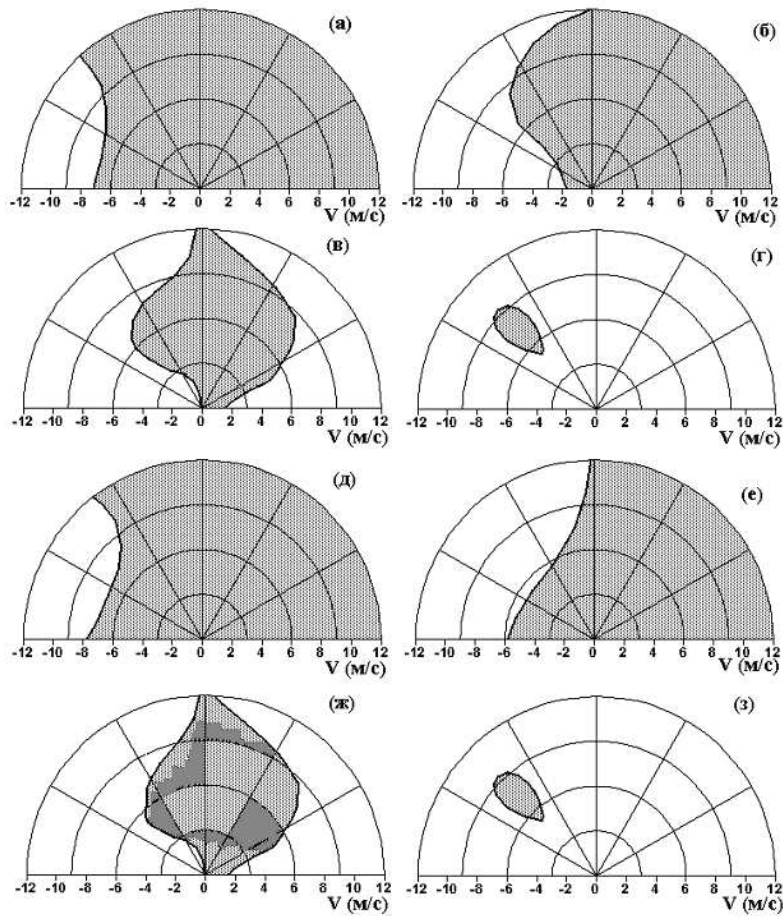


Рис. 11. Зоны безопасной операции при различных интенсивностях штормового волнения  
 Здесь **(а-г)** — качка ДО с нормальной диаграммой восстанавливающего момента: **(а)** — 7 баллов, **(б)** — 6 баллов, **(в)** — 5 баллов, **(г)** — 4 балла; **(д-з)** — качка ДО с S-образной диаграммой: **(д)** — 7 баллов, **(е)** — 6 баллов, **(ж)** — 5 баллов, **(з)** — 4 балла.

При уменьшении интенсивности волнения до 5 баллов появляются две зоны безопасной операции — на попутном и встречном волнении, поскольку длина волны в этом случае существенно меньше длины самого судна. Для волнения интенсивностью в 4 балла влияние вертикальной и килевой качки становится незначительным, и опасная зона ограничивается лишь основным резонансом бортовой качки. Различия зон безопасной операции для ДО с нормальной и  $S$ -образной функцией восстанавливающего момента слабы, поскольку размах бортовой качки невелик.

Проведенное компьютерное моделирование качки ДО на нерегулярном волнении было использовано для проверки работоспособности разработанного алгоритма краткосрочного прогнозирования обеспечения «окна безопасной операции». Краткосрочный прогноз включает в себя определение времени подачи сигнала к началу операции  $t_{sign}$  так, чтобы завершение операции в момент времени  $t_{land}$  происходило при наиболее благоприятных условиях, т. е. скорость вертикальных перемещений палубы  $V_e$  была бы положительна и мала. Момент наступления «окна безопасной операции» считается нулевым отсчетом времени. Относительно этого момента ведется отсчет величин  $t_{sign}$  и  $t_{land}$ . Метод краткосрочного прогноза базируется на аппроксимации вертикальных колебаний точки, характеризующей момент завершения операции тригонометрическим полиномом вида

$$\zeta(t) = m_0 + \sum_{i=1}^N \left[ m_i^s \cos\left(\frac{2\pi t}{T_i}\right) + m_i^s \sin\left(\frac{2\pi t}{T_i}\right) \right] \quad (21)$$

и экстраполяции по нему моментов времени, наиболее благоприятствующих проведению операции. Краткосрочное прогнозирование осуществляется в пределах окна проведения безопасной операции. Это гарантирует отсутствие выходов за пределы нормы различных параметров колебаний судна.

Для проверки работоспособности алгоритма краткосрочного прогнозирования рассмотрим часть реализации в пределах  $t \in [140, 170]$  с  $T_{BP} = 17c$  (рис. 12).

Коэффициенты тригонометрического полинома для этой реализации:

$$M = [0.188, -0.166, -0.846, -0.923, -0.857]^T. \quad (22)$$

Экстраполяция по тригонометрическому полиному с данными коэффициентами позволяет получить внутри окна безопасной операции три мо-

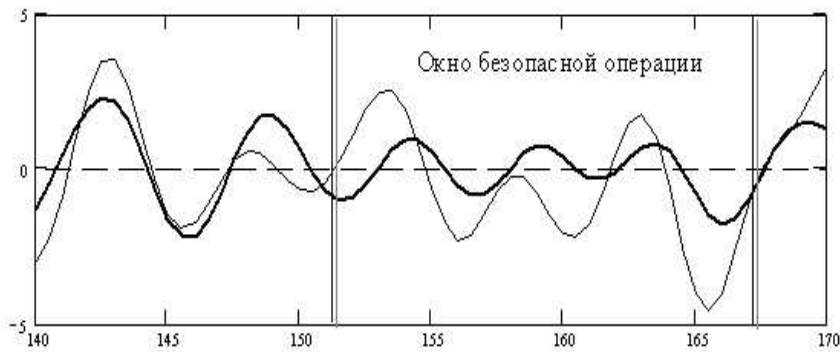


Рис. 12. Фрагмент реализации бортовой (тонкая линия) и вертикальной (толстая линия) качки в пределах времени окна проведения безопасной операции

мента  $t_{land}$ : 0,8, 9 и 16 секунд. Расчет времени подачи сигнала  $t_{sign}$  приводит к значениям: -5,4, 2,8, 9,8. Таким образом, момент  $t_{land1}$  исключается из рассмотрения, как упущенный, последнее значение является ненадежным по причине близости времени  $t_{land3}$  к окончанию длительности окна безопасной операции и принимается окончательное значение — время подачи сигнала:  $t_{sign} = 2,8$  с. Время проведения безопасной операции:  $t_{land} = 9$  с. Работа процедуры проиллюстрирована на рис. 13.

Одна из практически важных задач при создании ИС связана с разработкой методов оценки риска, позволяющих в процессе проектирования ИС принять решение о безопасности ДО и оценить возможные сценарии ситуаций в процессе эксплуатации. В отличие от традиционных моделей оценки рисков, в работе [35] рассмотрен подход, связанный с введением новых знаний о климатических спектрах волнения и понятии шторма как пространственно-временного волнового поля. Рассмотрены ситуации, связанные с учетом этих особенностей на перераспределение вероятности риска: качка ДО на смешанном волнении с разделенными системами волн и развитие шторма различной интенсивности. Результаты исследования свидетельствуют о том, что привлечение новой информации о динамике внешней среды приводит к значительной ошибке в оценке риска, причем эта ошибка будет в опасную сторону. Анализ различных сценариев штормов показал, что форма усиления и затухания шторма очень важна при оценке риска. Так, при рассмотрении бортовой качки ДО оценка риска

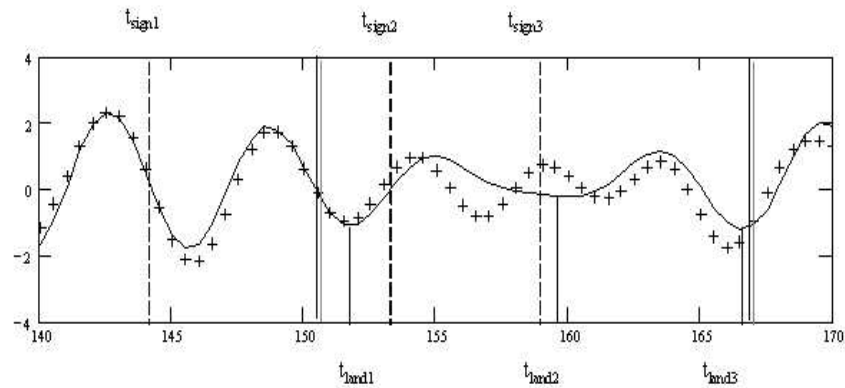


Рис. 13. Оценивание оптимального времени подачи сигнала для проведения операции. Крестики — реализация качки, сплошная линия — аппроксимирующий тригонометрический полином

с точки зрения частоты выбросов амплитуды колебаний ДО за уровень ( $\theta_0 = 50^0$ ) для двух сценариев шторма одинаковой длительности 40 часов (первый сценарий предполагал наличие «пика» в картине шторма, а второй — медленное нарастание и затухание шторма) по формуле

$$N_{\theta}(T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^T \sqrt{\frac{D_{\dot{\theta}}(t)}{D_{\theta}(t)}} \exp\left(-\frac{\theta_0^2}{2D_{\theta}(t)}\right) dt \quad (23)$$

показывает, что, несмотря на большую пиковую интенсивность первого сценария, риск во втором шторме в два раза выше ( $N_{\theta} = 6.4$  для первого сценария,  $N_{\theta} = 10.1$  для второго шторма). Таким образом, при оценке безопасности ДО в штормовых условиях необходимо строить методы прогноза и оценки риска с учетом качественно новых методов моделирования внешних воздействий.

### Модели идентификации экстремальных ситуаций

Другой важный практический результат получен при моделировании поведения аварийного ДО под воздействием случайных возмущений. Среди рассмотренных задач при функционировании ИС следует выделить иденти-



фикацию экстремальной ситуации, связанной с оценкой случая затопления отсеков при получении ДО пробоины, а также оперативный контроль изменения положения аварийной ватерлинии и прогноз критического интервала времени нахождения ДО в экстремальной ситуации.

Решение задачи идентификации, относящейся к классу некорректно поставленных задач, значительно осложняется условиями протекания аварийной ситуации. При непрерывном изменении динамики объекта и внешней среды традиционные процедуры идентификации приводят к неустойчивым решениям. Получение устойчивого решения может быть достигнуто с использованием методов регуляризации. Однако основное противоречие проблемы идентификации в условиях сложной динамики аварийного объекта может быть разрешено только путем анализа альтернативных решений, полученных на основе различных методов обработки измерительной информации.

Рациональным подходом к решению этой задачи является использование сформулированного выше принципа конкуренции, в рамках которого получает развитие именно та вычислительная технология, которая приводит к получению надежного результата кратчайшим путем. Проведенное исследование по реализации принципа конкуренции в задаче идентификации экстремальной ситуации свидетельствует о его эффективности при функционировании бортовой ИС [19]. Ниже рассмотрен другой подход к проблеме идентификации и «сжатия» информации при подаче на ИНС, получивший наименование алгебры нечетких групп и преобразований.

Исходные данные представлены реализациями нелинейной бортовой качки для различных случаев затопления в зависимости от вида нелинейной функции, определяющей восстанавливающую компоненту в дифференциальном уравнении бортовой качки ДО. Реализации получены путем имитационного моделирования и включали по 600 периодов колебаний. Анализ проведен для 6 случаев затопления при волнении моря 6 и 8 баллов. Из каждой реализации формировалось полутоновое изображение размером  $(150 \times 50)$  пикселей. Исходная информация в виде временных кривых колебательного движения ДО и соответствующих структур представлены на рис. 14.

Представление одномерного сигнала в виде изображения концентрирует значимую для распознавания информацию. Для решения задачи распознавания применены методы анализа текстур. Каждый из 6 фрагментов использовался в качестве представителя класса. Изображение резалось на 20 непересекающихся частей, каждая из которых соответствовала прибли-

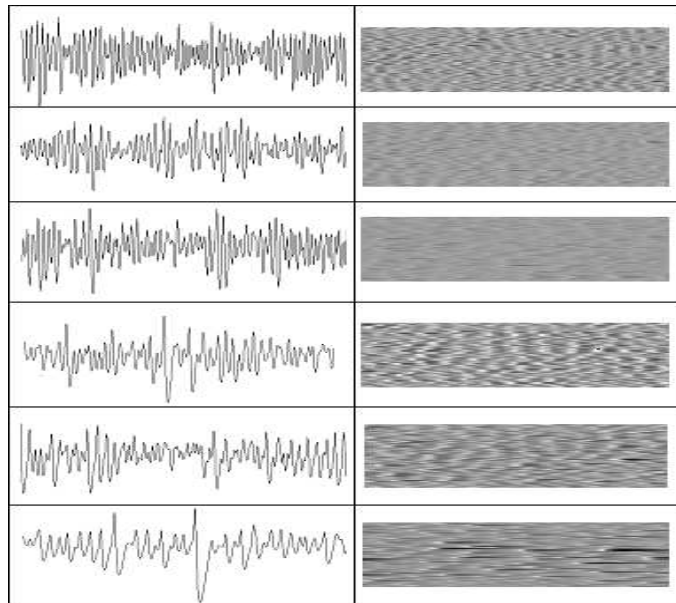


Рис. 14. Фрагменты реализаций колебательного движения аварийного ДО (слева) и соответствующие полутонные изображения (справа)

зительно 30 периодам. Первые 10 принимались в качестве обучающей выборки для данного класса, остальные 10 использовались для тестирования.

Основные идеи формирования классифицирующих признаков изложены ниже. В качестве группы преобразований использованы переносы в плоскости  $x, z$  и масштабные преобразования по осям  $x, z$ :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & k_1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ a_3 & 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Для каждого анализируемого изображения строилось нечеткое множество  $FS$  элементарных нечетких групп по модулю сопряженности. Класс сопряженности  $KC$  элементарных групп представляет один элемент множества  $FS$ . Значение функции принадлежности  $\mu(KC)$  определяется мощно-

ТАБЛИЦА 1. Результаты экспериментов

Классы	Ошибка	% правильных решений
2	0	100
3	0	100
4	3	93
5	8	84
6	9	85

стью КС, нормированной с учетом размеров изображения. Обозначая через  $n$  — число классов-случаев затопления,  $m$  — число представителей обучающей выборки,  $\mu_{ij}$  — функция принадлежности множества  $FS$ , запишем матрицу функций принадлежности:

$$\begin{bmatrix} \mu_{11} & \dots & \mu_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mu_{m1} & \dots & \mu_{mn} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Эта матрица позволяет определять для каждого класса элемент  $КС_j$  как абсциссу абсолютного максимума функции

$$\min[\mu_{ij}(КС)] - \max[\mu_{ik}(КС)], \quad (26)$$

$$i \in [1, m], \quad k \in [1, n], \quad k \neq j.$$

Вектор  $[\mu(КС_1), \dots, \mu(КС_n)]$  использовался в качестве вектора признаков изображения и проводилось статистическое нормирование признаков. Для каждого класса-случая затопления в  $n$ -мерном пространстве признаков вычислялся центр тяжести множества точек-элементов обучающей выборки. На этапе классификации образец относился к ближайшему случаю в смысле евклидова расстояния до его центра тяжести. Результаты экспериментов приведены в табл. 1.

Для выявления эффективности метода формирования признаков условия эксперимента намеренно усложнялись следующими факторами:

1. Не выполнялась предварительная обработка сигналов с целью фильтрации шумов для выделения значимой информации.
2. Результаты получены на коротких фрагментах реализаций (30 периодов), т. е. на сигналах с ограниченной информативностью (длина информативной реализации равна 100 периодам).

3. Практическую ценность представляет классификация в трех наиболее трудно делимых классах (в работе использовался двойной «запас прочности», равный шести классам).
4. Этап дискриминантного анализа отсутствовал, качество распознавания полностью определялось исключительно сформированными признаками.

Результаты экспериментов показали практически приемлемое качество решения задачи распознавания даже при перечисленных осложняющих факторах. Это позволяет сделать вывод о возможности концентрации информации сигнала в небольшом числе признаков и существенном снижении необходимых ресурсов ИНС при решении задачи идентификации.

В рамках разработанной вычислительной технологии получили развитие адаптивные алгоритмы контроля характеристик аварийного ДО. Наибольшую сложность представляют алгоритмы определения равновесных параметров ДО и прогноза временного интервала до наступления критических условий, исходя из обеспечения требований безопасности мореплавания. Стандартный алгоритм преобразования информации при оценке параметров аварийного ДО (положения равновесной ватерлинии в условиях нерегулярной качки) реализован в мультипроцессорной вычислительной среде на основе патента автора, усовершенствованного за счет развития адаптивных свойств используемых процедур. Программа реализации адаптивной компоненты позволяет для каждого из рассматриваемых видов качки «настраивать» общую функциональную зависимость для определения значений равновесных параметров ДО при нелинейных асимметричных колебаниях

$$X_0 = X_R[1 + F(X_m, X'')F(X_1, X_2)]. \quad (27)$$

Здесь функция  $F(X_m, X'')$  представляется регрессионной моделью с «настраиваемыми» коэффициентами;  $F(X_1, X_2)$  — функция, зависящая от размахов асимметричных колебаний.

Оптимальный прогноз развития аварийной ситуации основан на использовании адаптивного алгоритма. Эволюция параметров аварийной ватерлинии устанавливается с использованием линейной адаптивной модели по базису переменного размера

$$y(x) = \beta_k P_k(x), \quad (28)$$

где  $P_k(x)$  — базисные функции (полиномы),  $\beta_k$  — коэффициенты, определя-

емые при условии, что среднеквадратическая ошибка

$$\varepsilon(\tau) = \{E[y(t + \tau) - y_t(\tau)]^2\}^{1/2} \quad (29)$$

для заданного упреждения  $\tau$  принимает минимальное значение ( $E$  — оператор математического ожидания).

Задача прогноза представляет собой следующую экстремальную модель

$$\min_{\Phi \in Q(t_0)} \|F(t_0 + \tau) - F(t_0)\|, \quad (30)$$

где область  $Q(t_0)$  определяется условием

$$E\Phi(t_0) = E\Phi(t_0 + \tau). \quad (31)$$

### Модели прогнозирования экстремальных ситуаций

Анализ экстремальных ситуаций при функционировании ИС связан с использованием нечетких моделей базы знаний. Такие модели позволяют организовать вычислительные процедуры анализа процесса взаимодействия «оператор–ИС» в рамках адаптивного подхода. При этом прогноз вероятности возникновения опасных ситуаций и динамики объекта в этих условиях осуществляется с помощью математических моделей в виде дифференциальных уравнений (12), а прогноз динамических характеристик в процессе развития ситуации — на основе статистических и нейросетевых моделей. Практика построения моделей прогнозирования показывает, что удовлетворительную модель на основе ИНС можно построить даже в условиях нехватки данных. Такая модель может уточняться по мере того, как становятся доступными новые данные. Это особенно важно в начальной стадии развития экстремальной ситуации, когда исходных данных совершенно недостаточно для решения задачи с использованием традиционных методов анализа и прогноза.

Рассмотрим особенности отмеченных задач прогнозирования. При построении прогноза на основе математических моделей, описанных дифференциальными уравнениями, последовательно изучается динамика объекта на интервалах времени, определенных прохождением пакетов опасных волн в составе нерегулярного волнения. Исходная информация для реализации такого прогноза получается в результате имитационного моделирования случайного волнового поля и последующего использования

полученных данных для исследования взаимодействия ДО с внешней средой.

Алгоритм прогноза возникновения и опасности экстремальных ситуаций на основе данных математического моделирования реализуется в четыре шага в такой последовательности:

- Шаг 1.** Генерируется нерегулярное волновое поле заданной интенсивности для различных значений спектральной плотности, охватывающих реальный диапазон изменения характеристик волнения.
- Шаг 2.** Моделируется динамика взаимодействия объекта с внешней средой для последовательностей пакетов волн в составе нерегулярного волнения. Эта процедура повторяется для каждой экстремальной ситуации при различных реализациях волнового поля.
- Шаг 3.** Производится статистическая обработка полученных массивов экспериментальных данных. Вычисляются значения вероятности реализации конкретной экстремальной ситуации и вероятности потери устойчивости движения (опрокидывания) в этой ситуации. Для характеристики степени отклонения полученных значений используется коэффициент вариации, вычисляемый как отношение среднего квадратического отклонения  $\sigma$  к средней арифметической  $x^*$ , т.е.  $k_v = (\sigma/x^*)100\%$ .
- Шаг 4.** Строится модель прогноза возникновения экстремальных ситуаций, учитывающая результаты статистической обработки с учетом приоритетов, установленных на основе анализа экспериментального массива.

Практическое использование результатов работы построенного алгоритма осуществляется при модификации логических моделей принятия решений динамической базы знаний ИС. При этом большое влияние на эффективность ИС оказывает достоверность вырабатываемых практических рекомендаций.

### Модели прогнозирования характеристик ДО

При прогнозировании характеристик ДО в условиях развития экстремальной ситуации используется линейная адаптивная модель по базису переменного размера:

$$y(x) = \sum_{k=0}^M \beta_k P_k(x), \quad (32)$$

где  $P_k(x)$  — базисные функции (полиномы),  $\beta_k$  — коэффициенты (в том числе и случайные), подлежащие определению.

Вычислительный алгоритм, разработанный на основании модели (33), реализуется в такой последовательности:

**Шаг 1.** Вычисляются точечные оценки коэффициентов  $\beta_k$ . На временном шаге  $k_t$  по выборке значений прогнозируемого показателя  $\{y_0, \dots, y_t\}$  строится линейная несмещенная оценка параметров [8,9]:

$$\begin{aligned} A_{jk} &= \sum_{i=0}^t \rho(t, i) P_k(k_i) P_j(k_i), \\ B_k &= \sum_{i=0}^t \rho(t, i) P_k(k_i) y_i, \quad \beta = A^{-1} B. \end{aligned} \quad (33)$$

Здесь  $\rho(t, i)$  — весовая функция, применяемая для отражения нестационарных свойств процесса. Наиболее простым случаем является прямоугольное окно

$$\begin{aligned} \rho(t_i) &= 0, \quad \text{при } i < N < t, \\ \rho(t_i) &= 1, \quad \text{в противном случае,} \end{aligned} \quad (34)$$

связанное с усечением временного ряда или введением скользящего среднего ( $N > M$ , где  $M$  — порядок модели). Более сложным видом является весовая функция, представленная в виде экспоненты  $\rho(t_i) = \lambda \exp(t - i)$ , где  $\lambda > 0$  — «фактор забывания» [ ].

**Шаг 2.** Вычисляются интервальные оценки коэффициентов  $\beta_k$ . Считается, что вектор оценок  $\beta_k$  распределен асимптотически нормально. Тогда искомым доверительный интервал можно записать в виде:

$$|\beta_i - \beta_i^*| = \varepsilon_S \frac{R_0}{\sqrt{t - M}}, \quad (35)$$

где  $R_0^2$  — остаточная сумма квадратов.

Полученную в процессе статистической обработки результатов моделирования регрессионную зависимость можно рассматривать как детерминированную линейную функцию случайных коэффициентов. В этом случае ее значение в фиксированный момент  $k$  имеет нормальное распределение со средним значением  $y(k, \beta_k)$  и дисперсией

$$D_y(k) = \sum_k P_k^2(k) D_{\beta_k} + 2 \sum_{i < j} P_i(k) P_j(k) cov[\beta_i, \beta_j]. \quad (36)$$

Ковариационная матрица оценок определяется как:

$$C = \begin{bmatrix} D_{\beta_1} & \text{cov}(\beta_1, \beta_2) & \dots \\ \text{cov}(\beta_1, \beta_2) & D_{\beta_2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} = \frac{R_0^2}{t - M} A^{-1}. \quad (37)$$

Окончательно,  $S\%$ -ный вероятностный интервал для значения функции  $y(k)$  в пределах изменения предиктора задается соотношением

$$|y(k) - y^*| \leq \varepsilon_S D_y(k). \quad (38)$$

Здесь  $\varepsilon_S$  —  $S\%$  квантиль распределения Гаусса (для  $S = 95\%$   $\varepsilon_S = 1,96$ ).

**Шаг 3.** Определяется состав функционального базиса. Примем за основу полиномиальный базис  $P_n(x) = x^n$  и будем учитывать следующие особенности использования такой модели. При  $n = 2$  и  $n = 3$  полиномиальный базис менее чувствителен к изменению исходных данных. Это требует контроля совпадения знака производной на экстраполируемом участке со знаком производной на последнем шаге измерения. Если это условие не выполняется, то гипотеза отвергается и осуществляется переход к базису более низкого порядка.

**Шаг 4.** Определяется критический интервал времени до наступления экстремальной ситуации. Решение этой задачи достигается при использовании критериальных соотношений, определяющих условия возникновения ситуации, либо нарушение нормативных требований к мореходным качествам (в основном плавучести и остойчивости) в рассматриваемой экстремальной ситуации.

Графическая интерпретация рассмотренных алгоритмов представлена на рис. 14.

При реализации принципа конкуренции приведенный алгоритм сопоставлялся с результатами моделирования ситуации с помощью нейросетевых моделей. Результаты анализа представлены в табл. 2 применительно к наиболее сложному случаю нелинейного взаимодействия ДО с внешней средой (килевая качка для неблагоприятных состояний нагрузки).

Результаты исследования показывают, что рациональное использование нейросетевых технологий позволяет обеспечить гибкость и способность



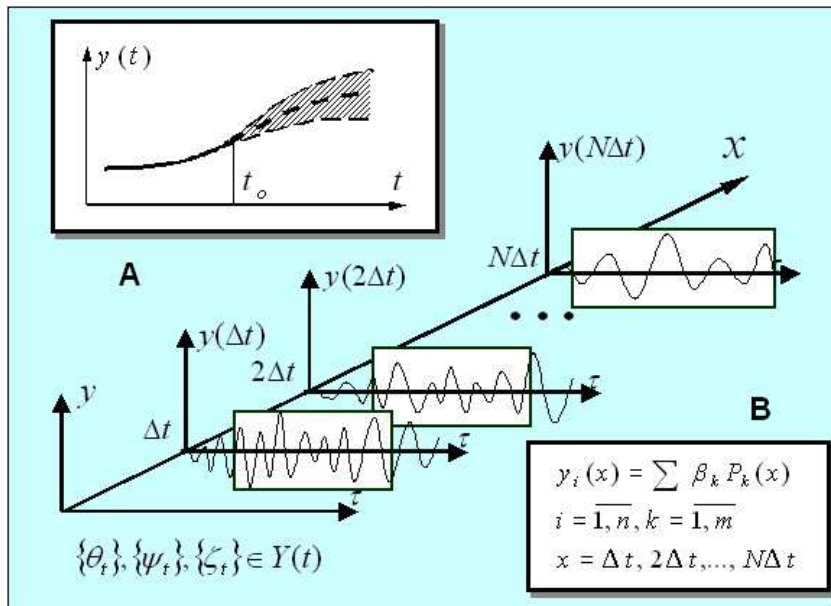


Рис. 15. Система реального времени, моделирующая характеристики аварийного ДО на основе принципов организации адаптивной компоненты  
 Здесь: **A** — данные наблюдений (сплошная кривая) и прогнозируемые значения выходной характеристики (пунктир); **B** — общая структура адаптивной модели;  $x = \Delta t, 2\Delta t, \dots, N\Delta t$  — текущее время развития ситуации;  $\tau$  — интервал квазистационарности;  $y(\Delta t), \dots, y(N\Delta t)$  — выходная характеристика.

адаптироваться к изменяющимся внешним условиям, сохранение устойчивого высокого качества работы и реализацию недостижимого ранее уровня вычислительной мощности. Адаптивные свойства, параллелизм и возможность нелинейного преобразования данных, открывают перспективы практической реализации вычислительной технологии, построенной на основе новых принципов обработки информации в бортовых ИС реального времени.

Таблица 2. Сравнительные данные о величине равновесного угла дифферента в условиях непрерывного изменения динамики объекта и внешней среды (числитель — 6 баллов, знаменатель — 8 баллов)

№ п.п.	Стандартный алгоритм	Нейросетевой алгоритм	Фактические данные
1	-0.048/-0.049	-0.047/-0.048	-0.047/-0.050
2	6.43/6.47	6.24/6.53	6.38/6.62
3	-1.68/-1.67	-1.81/-1.71	-1.63/-1.73
4	-6.78/-6.64	-6.57/-6.74	-6.72/-6.78
5	4.83/4.96	4.95/5.05	4.87/5.01

*Синергетический эффект совместного использования нечетких систем, теории нейронных сетей, эволюционного моделирования и когнитивной парадигмы составляет научную основу для глубинной интеграции знаний сложных ИС.*

#### **Модели анализа динамических сцен**

В условиях эксплуатации бортовых ИС большое внимание уделяется организации интерфейса «оператор–ИС» [18]. Особенно сложной является разработка адекватного диалога, содержащего компоненты, связанные с разработкой, редактированием и генерацией сценариев диалога в нестандартных и экстремальных ситуациях, требующих привлечения графической информации, в том числе и когнитивной компьютерной графики. Формирование сценария диалога и декомпозиция процесса взаимодействия «оператор–ИС» с учетом механизма адаптации под конкретного оператора обеспечивает интерфейсу свойства интеллектуальности.

Интеллектуальный интерфейс позволяет решать сложные задачи обнаружения и идентификации ситуации, оценки ее опасности, выдачи практических рекомендаций и их корректировки. Особенно сложно это в нестандартных ситуациях, когда ИС испытывает затруднения при реализации логического вывода. В условиях неопределенности и неполноты исходной информации оператору часто приходится самостоятельно принимать решения на основе опыта эксплуатации и данных о фактических характеристиках внешних условий и динамики ситуации. Функции интеллектуального ин-

терфейса в этих условиях заключаются в обеспечении оператора всеми доступными данными, включая результаты имитационного моделирования взаимодействия ДО с внешней средой для различных вариантов при выборе решения.

В качестве примера рассмотрена экстремальная ситуация, связанная с неуправляемым разворотом и резким наклоном ДО на попутном волнении (явление “broaching”), представляющая очень большую опасность для судоходства. На базе исходной информации ИС прогнозирует это явление и разъясняет оператору физические закономерности поведения ДО с оценкой возможных последствий для принятия обоснованных решений. На рис. 15 рассмотрены динамические картины поведения ДО в режиме “broaching” для различных начальных положений относительно направления движения волновых систем, установленные по данным имитационного моделирования на основе измерительной информации.

Результаты моделирования свидетельствуют о резком характере неуправляемых эволюций ДО в этой экстремальной ситуации. Сведения о кинематических и гидродинамических характеристиках режима “broaching” представляются оператору в виде специальной диаграммы, позволяющей оперативно оценить закономерности поведения ДО.

### **Адекватность математических моделей**

Проблема адекватности математических моделей имеет непосредственное отношение к построению базы знаний и эффективности функционирования ИС в процессе эксплуатации. Выдаваемые системой практические рекомендации в значительной степени определяются надежностью информации, получаемой в результате математического моделирования [1].

Использование алгоритмов приближенных рассуждений для процедур принятия решений при логическом выводе в нечетких системах привело к необходимости исследования и устранения противоречий в выводах с помощью диалоговых процедур о состоянии динамической системы. В основу этих процедур может быть положен анализ состояния системы на фазовой плоскости. В общем случае динамика системы порождает устойчивые формально-логические структуры как результат действия синергетических процессов. Анализ сформированных логических структур проводится на базе активных диалоговых процедур. Сохранение основных свойств качественного описания исследуемой системы и эффективность алгоритма

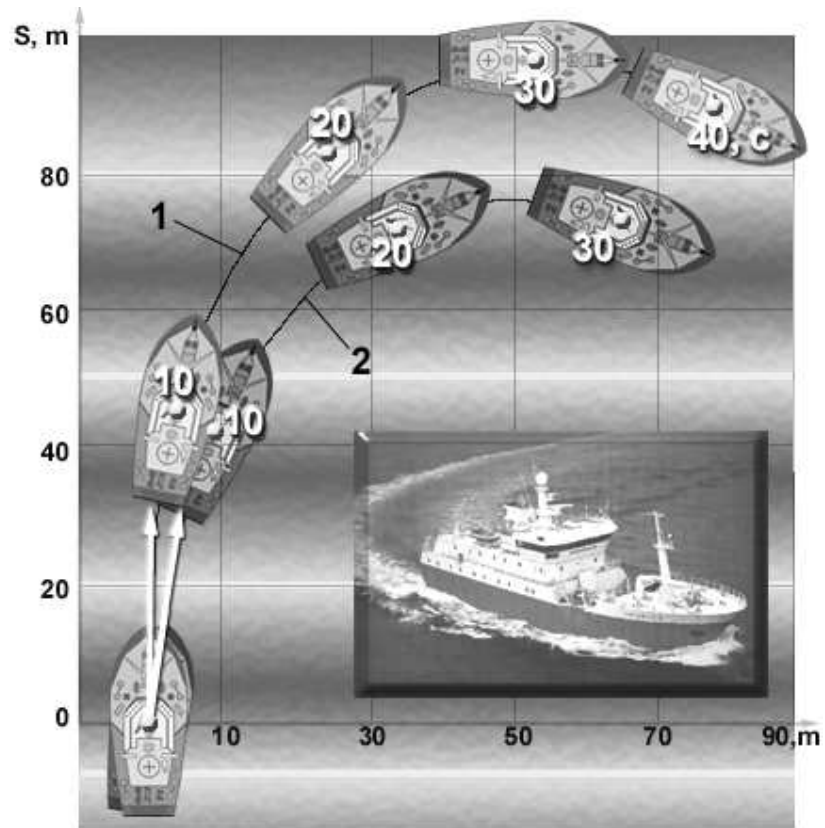


Рис. 16. Динамика развития ситуации “broaching”

приближенных рассуждений проверяются с помощью имитационного моделирования.

Проблема адекватности математических моделей при функционировании бортовых ИС обсуждается в [9]. В этих работах рассмотрены различные подходы к определению компонент математических моделей, указаны пути математического описания физических картин взаимодействия ДО с внешней средой, дается характеристика особенностей вычислительной технологии и интерпретации результатов моделирования. Приведены примеры

численных и экспериментальных оценок исследуемых явлений.

В работах, посвященных исследованию динамики плавучих объектов на волнении, используются приближенные методы анализа математических моделей, описывающих сложное гидроаэродинамическое взаимодействие объекта с внешней средой. Существенная нелинейность и вероятностная основа таких моделей, невозможность строгого учета компонент вектора состояния ставят перед исследователями сложные проблемы анализа ситуации и вычислительной технологии, преодоление которых неизменно связано со специфическими трудностями и требует большого труда и фантазии. Современные работы такого направления выполняются на базе обобщения идей и методов на все более абстрактные ситуации, требующие новых разработок и конструкций. Используемые подходы иногда создают видимость исчерпывающего решения задачи, тогда как проблема состоит не в возможности получения приближенного решения, в фактической эффективности предлагаемого алгоритма.

Видимая тривиальность вычислительных задач способствует появлению работ, не связанных с экспериментальной проверкой полученных данных. В отдельных случаях даже не содержится подробного алгоритма и численного материала, позволяющего судить об эффективности метода и оценке полученного результата с позиций вычислительной математики. Трудности решения задач динамики сложных объектов состоят в том, что сравнительно малая погрешность в исходных данных при вычислении компонент математических моделей связана с большой неопределенностью в решении. Такая ситуация особенно недопустима в задачах оценки потери устойчивости, так как решение представляет собой информацию о важнейшем качестве, погрешность при оценке которого на практике может привести к тяжелым последствиям.

Приближенными решениями задач динамики сложных объектов занимаются многие специалисты. Каждый из них имеет свою точку зрения на постановку данных задач, характер встречающихся трудностей, объяснение различных ситуаций в процессе решения и содержательного анализа результатов. Не всегда соглашаясь с имеющимися выводами и объяснениями феномена, выявленного в процессе решения таких задач, автор считает необходимым рассмотреть вопрос об адекватности математических моделей плавучих ДО на волнении.

Обозначим через  $F_i(a)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , критерий адекватности, определяемый из анализа математической модели с учетом описываемых видов движения и представляющий собой либо функцию от параметров

$a_j, j = 1, \dots, k$ , либо функционалы кривых соответствующих дифференциальных уравнений. Коэффициенты модели  $a_j$ , удовлетворяющие заданному параметрическому, функциональному и критериальному ограничениям, образуют допустимую область  $E_a$  в пространстве критериев  $F(E_a)$ . Задавая точность аппроксимации параметров  $a_j$  в виде  $\varepsilon_j, j = 1, \dots, k$  и точность критериев  $\varepsilon_i, i = 1, \dots, n$ , можно представить критерий близости (адекватности) данных математического моделирования физическому эксперименту

$$F = (\|F_1^p - F_1^e\|, \dots, \|F_n^p - F_n^e\|), \quad (39)$$

где индекс  $p$  обозначает расчет, а  $e$  — эксперимент.

Для определения с заданной точностью параметров математической модели ДО с принятыми значениями критериев необходима аппроксимация области  $E_a$ . Это достигается за счет нахождения значений  $a_j$  таких, что

$$\min_{a \in E(a)} F(a) = F(a^r), \quad r = 1, \dots, N, \quad (40)$$

при условии, определяющем допустимую область  $E_a$ ,

$$\|F_i^p - F_i^e\| < F_i^{**}, \quad (41)$$

если задана граница вариаций параметров  $a_j^* \leq a_j \leq a_j^{**}$ , где  $N$  — число экспериментов,  $F_i^{**}$  — допустимые критериальные ограничения (уровень адекватности), устанавливаемые с учетом точности данных физического моделирования.

Конкретизация общих зависимостей (40)–(42) при построении адекватной модели в ИС реального времени приводит к следующей задаче.

Представим математическую модель как локальное дискретное преобразование [3]

$$\{Y\} = F_M(\{X\}). \quad (42)$$

Оператор  $F_M$  имеет интегральный характер и отображает множество ситуаций  $\{X\}$  на множество поведений  $\{Y\}$ .

Разработка адекватной модели сводится к формированию собственно модели и множеств исходных данных о состоянии объекта  $\{W\}$  и внешней среды  $\{X\}$ . Тогда исходную имитационную модель можно представить как

$$F_{im} = \langle F_M, P(\{X\}, \{W\}) \rangle \quad (43)$$

и, обозначая цель моделирования  $z \in Z$  и область  $S$ , ограничивающую поведение модели, можно записать условие адекватности в виде

$$Y \in S, \quad \forall z \in Z. \quad (44)$$

При нарушении условия (44) производится корректировка математической модели. В сложных случаях изменяется область  $S$  и снижаются требования к модели. Мерой отклонения поведения модели от допустимых требований является функция штрафа (неадекватности):

$$\Phi(Y, S) = \begin{cases} 0, & \text{при } Y \in S, \\ \varphi(Y, S), & \text{при } Y \notin S. \end{cases} \quad (45)$$

функция  $\varphi(Y, S)$  определяет степень отклонения  $Y$  от допустимого  $S$ . Таким образом, реализация процедуры построения имитационной модели связана с решением проблемы выбора класса  $D$  и области  $S$ . Для повышения эффективности этой процедуры необходимо обоснованно определять класс  $D$ , характеризующий структуру модели и иметь четкое представление об области  $S$  при заданных внешних условиях  $S = S(X)$ . Разработанная с учетом этих требований адекватная имитационная модель должна удовлетворять важному свойству — возможности экстраполяции, т. е. способности прогнозирования поведения плавучего ДО за пределами области  $S$ .

В качестве критериев адекватности могут быть использованы допустимые расхождения теоретических и экспериментальных данных при оценке амплитудных значений различных видов колебательного движения ДО (детерминированные или вероятностные соотношения для угловых и линейных перемещений, скоростей и ускорений), а также ограничения, накладываемые на расхождение временных и фазовых траекторий при оценке поведения динамической системы, условия проверки принадлежности выборочных данных эмпирическим законам распределений (законы Гаусса, Рэлея, Вейбулла и др.).

Оценка адекватности усложняется для математических моделей большой размерности (например, при исследовании взаимосвязанных дифференциальных уравнений, описывающих поведение ДО в сложных ситуациях). В этом случае содержательность задачи восстановления параметров определяется не только структурой модели, но и принятыми критериями близости теоретических и экспериментальных данных, а также степенью полноты вектора критериев.

Понятие адекватности связано с другой очень важной особенностью нелинейных динамических систем — грубостью их математических моделей. Использование этого понятия вызвано тем, что любая адекватная модель отражает исследуемое явление лишь с некоторой приближенностью, практически никогда не описывая ее абсолютно точно. Поэтому при анализе математических моделей необходимо получать данные, которые не испытывали бы заметной зависимости от неточности моделирования, т. е. были бы достаточно инвариантными по отношению к этим неточностям. Таким образом, понятие грубости свидетельствует о том, что результаты исследования модели и характер ее динамики должны испытывать достаточно малые изменения при сравнительно небольших вариациях структуры модели [9].

Улучшение математических моделей способствует совершенствованию теоретической и экспериментальной базы гидроаэродинамических исследований, использование эффективных методов обработки и анализа результатов эксперимента. Важное значение для повышения адекватности имеет разработка надежных способов определения компонент математических моделей с учетом искажений, вносимых движущимся объектом в структуру волны (интерференция и дифракция волн, изменение поля давлений), более полного описания пространственной и временной структуры ветровых потоков и демпфирующей компоненты.

В качестве модели обработки данных математического и физического моделирования при оценке адекватности можно рассматривать информационную модель, представленную на рис. 16.

Проблема адекватности нечетких моделей реальному объекту в задачах интерпретации при нечетком моделировании динамических процессов связана с разработкой специальных критериев адекватности. Обычно в исходной модели нечеткие множества представляются параметрически в виде  $(R - L)$  чисел. Они задаются субъективно и достаточно приближенно, а затем в процессе экспериментирования при обучении на реальной ситуации осуществляется их настройка, доводка и коррекция. Используемые при этом логические операции облегчают моделирование и поиск решения задачи. В практике исследований поведения плавучих ДО на волнении выработан определенный тип математических моделей, которые в зависимости от ориентации объекта относительно генерального направления бега волн описывают изучаемые явления с достаточной для практических целей точностью. Как показывает сравнение данных математического моделирования с результатами физического эксперимента, характер колебательно-



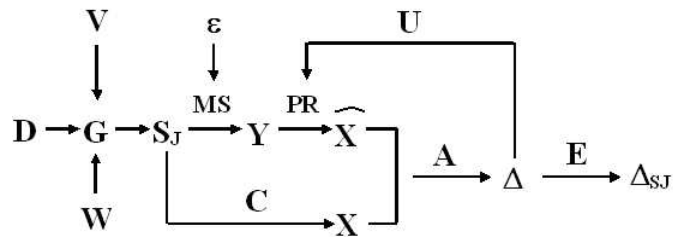


Рис. 17. Граф-схема информационной модели взаимодействия ДО с внешней средой

Здесь:  $D$  — плавучий ДО;  $V$ ,  $W$  — внешняя среда (ветер, волнение);  $G$  — модель генерации ситуаций;  $S_j$  — конкретная ( $J$ ) ситуация;  $MS$  — измерительная система, содержащая приборы для наблюдения и измерения свойств изучаемого объекта (кинематических и динамических характеристик) в  $J$ -й ситуации;  $\varepsilon$  — погрешность измерения;  $Y$  — результаты наблюдений;  $PR$  — процессор, осуществляющий преобразование измерительной и априорной информации с помощью методов математического и лингвистического моделирования;  $\hat{X}$  — результаты имитационного моделирования (новые знания о динамике взаимодействия);  $C$  — модель взаимодействия (целевой оператор) формирующий достоверную оценку  $X$  (результаты физического моделирования);  $A$  — адеквататор, сравнивающий  $\hat{X}$  и  $X$  и выдающий оценку адекватности  $\Delta$  полученных значений  $X$ ;  $U$  — управление, корректирующее лингвистическую модель и настраивающее коэффициенты математической модели, а при необходимости — выбирающее более подходящее математическое описание;  $E$  — оператор, дающий максимально возможную оценку адекватности  $\Delta_{SJ}$ .

го движения, определяющий динамические картины взаимодействия ДО с внешней средой, сохраняется приблизительно одинаковым, а наблюдаемое расхождение кривых связано с достоверностью оценки компонент при построении математических моделей (особенно демпфирующей и восстанавливающей компонент). Неточности в описании этих компонент существенно сказываются на физических картинах взаимодействия ДО с внешней средой. В работе [19] обсуждалась эта проблема на примерах поведения бистабильной и трехстабильной динамических систем при заданной интенсивности внешних возмущений.

Большое внимание при оценке адекватности следует уделять структуре базовых правил формализованной системы знаний в сложных ситуациях,

особенно при непрерывном изменении динамики объекта и внешней среды. Адекватная реакция ИС на предъявляемую ситуацию имеет важное значение при выборе управляющих воздействий, направленных на повышение безопасности ДО. Решающую роль при анализе и прогнозе развития экстремальных ситуаций призваны сыграть ИНС, которые в рамках принципа конкуренции обеспечивают выбор наилучшего решения задачи.

Проверка адекватности математических моделей осуществляется как в процессе разработки базы знаний, так и при функционировании ИС на борту ДО. На этапе разработки программного обеспечения процедурной компоненты эта операция основана на сопоставлении данных математического и физического эксперимента, а также использовании регрессионных зависимостей, адекватность которых проверялась при их построении. В процессе эксплуатации ИС происходит корректировка математических моделей на базе поступающей измерительной информации о фактическом взаимодействии ДО с внешней средой. Математические модели прогноза характеристик ДО в этом случае непрерывно «подстраиваются» с помощью адаптивной компоненты.

*Реализация разработанного подхода к оценке адекватности математических моделей в ИС осуществляется с использованием материалов физического эксперимента. При этом исходные модели оцениваются по данным физического моделирования, а рабочие модели — на основании результатов натурных измерений в процессе адаптации системы на борту исследуемого ДО.*

### **Методы планирования эксперимента в ИС реального времени**

Содержательный анализ проблем моделирования, определяемых соотношением между реальным экспериментом, модельным экспериментом и теорией, свидетельствует о постоянном внимании исследователей к поиску возможных стратегий моделирования с учетом особенностей исходной информации. Развитие этих подходов связано с применением ИС и стремительно растущей производительности вычислительных средств.

Формальные процедуры, лежащие в основе функционирования ИС, предполагают широкое использование измерительной информации и методов математического моделирования. Решение прикладных задач анализа и прогноза поведения динамического объекта в ИС ведется с при-

влечением теории планирования эксперимента. Информация, получаемая от датчиков динамических измерений в процессе нормальной эксплуатации объекта представляет собой данные пассивного эксперимента. Активный эксперимент используется только на этапе тестирования и адаптации ИС. При использовании данных активного эксперимента проблема выбора наилучшего математического описания может быть решена классическими методами планирования. В случае пассивного эксперимента эта проблема требует специальных подходов, учитывающих адекватность описания, дисперсию оценок и вычислительные трудности из-за вырождения информационной матрицы [21]. Для обратных задач математической физики в ИС типичными являются ситуации, когда наблюдение реализуется не «в точке», а «на функционале», что приводит к задачам с бесконечной областью планирования. Анализ подходов к планированию эксперимента и поиску эффективных процедур обработки информации в сложных ИС реального времени содержится в работе [9,21].

### Особенности планирования эксперимента

Возникающие при практическом использовании ИС задачи планирования эксперимента часто выходят за рамки классического подхода и требуют специального обобщения с учетом особенностей рассматриваемых проблем. В реальных измерениях ресурсы могут быть существенно ограничены, а априорная информация недостаточна для несмещенной оценки функции регрессии. В этих условиях приходится считаться не только со случайной ошибкой приближения, но и с систематической ошибкой, вызванной неадекватностью принятой модели. Выбор пространства, в котором ищется оценка, приходится осуществлять совместно с планом эксперимента и методом оценивания.

Понимая под планом эксперимента  $\xi$  вероятностную меру на области планирования  $U$  с конечным носителем

$$\text{sup } \xi = \{h \in U, \quad \xi(h) \neq 0\}$$

и обозначая через  $H_1$  конечномерное подпространство некоторого пространства  $H$  ( $H_1 \subseteq H$ ), которому принадлежит функция регрессии, будем считать, что по условиям реального эксперимента могут быть использованы только планы из допустимого множества

$$J_N := \{\xi \in J_N : \text{card}(\text{sup } \xi) \leq n\},$$

где  $n$  — число, характеризующее ограниченность ресурсов.

Выбор пространства оценивания  $H_1 = H_\xi$  и оператора оценивания  $S = S_\xi$  обеспечивает при фиксированном плане  $\xi \in J_N$  нахождение наилучшего в метрике пространства  $H$  приближения  $E\hat{\eta} \in H_\xi$  к произвольному элементу  $\eta$  из  $H$ . При этом пространство оценивания  $H_\xi$  должно обеспечивать построение оценки  $\hat{\eta}$  неизвестного элемента  $\eta \in H$ .

Задача выбора процедуры  $\pi = (\xi, H_1, S)$  восстановления  $\eta$  из  $H$  на множестве допустимых процедур  $\pi$  является двухкритериальной. В этих условиях поиск оптимальной процедуры  $\pi^*$  удобно вести на основе решения задачи оптимизации с приоритетом, учитывающим систематическую ошибку.

$$\pi^* = \arg \inf B_\gamma(\pi), \quad (46)$$

где  $\gamma$  — вероятностная мера, используемая для осреднения систематической ошибки  $B(\xi, H_1, S)$

$$B_\gamma(\xi, H_1, S) := \int_H B(\xi, H_1, S) d\gamma(\eta);$$

$$B_\gamma(\xi, H_1, S) := \text{dist}^2(\eta, E\hat{\eta}) := \|\eta - E\hat{\eta}\|_H^2;$$

$S$  — оператор, с помощью которого производится оценка  $\hat{\eta} = \hat{\eta}(y)$  неизвестного элемента  $\eta \in H$ .

Для характеристики случайной ошибки используют функционал

$$\Phi(\xi, H_1, S)$$

от корреляционного оператора оценки  $\hat{\eta}$  (определитель  $\det D(\hat{\eta})$ , след  $\text{tr}D(\hat{\eta})$  или другие критерии), и тогда

$$\pi^* = \arg \inf_{\pi \in \tilde{\Pi}} \Phi(\pi), \quad (47)$$

где  $\tilde{\Pi} \in \Pi$  — множество процедур  $\pi^*$ , являющихся решением задачи (46).

Задача (47) на множестве процедур

$$\xi^* \in J_N^* := \{\tilde{\xi} \in J_N : \tilde{\xi} = \text{Arg} \inf B_\gamma(\pi_\xi)\}$$

рассматривается в предположении, что носитель плана  $\text{sup} \xi$  определен однозначно из решения задачи (47), но имеется свобода в выборе весов

наблюдений  $P_j$  ( $j = 1, m$ ). Это позволяет минимизировать случайную ошибку при следующих условиях

$$\xi^*(P) := (h_1^*, \dots, h_N^*, P_1, \dots, P_m),$$

$$P^* = \arg \inf \Phi[D_{\xi^*(P)}],$$

где

$$P := \{P \in R^m; P_j > 0, j = 1, m\}$$

есть корреляционный оператор, определяемый как  $D_\xi = M_x^{-1}$  ( $M_\xi$  — информационный оператор).

В прикладных задачах планирования эксперимента важное значение приобретает интерпретация таких свойств как ортогональность и ротативность. При равноточных измерениях эти свойства приводят к независимости коэффициентов регрессии (их одинаковой точности), что имеет принципиальное значение в поисковых процедурах Бокса–Уилсона при экстремальном планировании.

### Выбор оптимальных условий эксперимента

Задача выбора оптимальных условий эксперимента в ИС определяет надежную оценку характеристик ДО и параметров внешней среды и связана с построением нормированного дискретного плана для ДО, развивающегося во времени и пространстве. Пассивная стратегия планирования такого эксперимента характеризуется тем, что объект функционирует в режиме нормальной эксплуатации. ИС на основе анализа ситуации выбирает моменты времени и координаты точек, в которых следует производить измерения. Выполнив серию опытов при некоторых фиксированных значениях исследуемого фактора в различные моменты времени и имея модель системы, можно подсчитать нормированную информационную матрицу [21]

$$M(\varepsilon) = \sum_{v=1}^n P_v M(l_v) \quad (48)$$

для дискретного плана эксперимента

$$\xi = \left\{ \begin{array}{l} l_1, \dots, l_n \\ P_1, \dots, P_n \end{array} \right\}, \quad \sum_{v=1}^n P_v = 1 \quad (P_v \geq 0), \quad (49)$$

где  $P_v$  — веса наблюдений.

Синтез  $D$ -оптимальных планов измерений осуществляется на основе итерационной процедуры с использованием функции

$$\delta(l, \xi) = \sup [M^{-1}(\xi)M(l)]. \quad (50)$$

Особым случаем идентификации динамических систем является планирование измерений в частотной области. Управление процессом измерений на основании методов планирования эксперимента позволяет свести задачу к поиску дискретного оптимального плана

$$\xi = \left\{ \begin{array}{l} \omega_1, \dots, \omega_n \\ P_1, \dots, P_n \end{array} \right\} \quad (51)$$

с нормированной информационной матрицей

$$M(\xi) = \frac{1}{2\pi} \sum_{v=1}^n \Phi^*(i\omega_v)\Phi^T(i\omega_v)P_v + \frac{1}{2\pi} \sum_{v=1}^n \Phi(i\omega_v)\Phi^{*T}(i\omega_v)P_v, \quad (52)$$

где  $\omega_v$  — частота спектрального разложения стационарной случайной функции (входного процесса);  $P_v$  — ординаты непрерывного спектра этой функции; звездочкой (\*) помечены комплексно сопряженные частотные характеристики.

При однократных наблюдениях вместо (52) имеем

$$M(\omega) = 1/2\pi [\Phi^*(i\omega)\Phi^T(i\omega) + \Phi(i\omega)\Phi^{*T}(i\omega)]. \quad (53)$$

Выражения (51)–(53) позволяют построить функцию

$$\delta(\omega, \xi) = \sup [M^{-1}(\xi)M(\omega)], \quad (54)$$

лежащую в основе алгоритмов синтеза  $D$ -оптимальных планов эксперимента.

Интервал, на котором определена вероятностная мера, порожденная нормированной спектральной плотностью, характеризуется выражением

$$\Omega_\omega = [-\omega_k, +\omega_k], \quad (55)$$

где  $[-\omega_k, +\omega_k]$  — диапазон частот, определяющий полосу пропускания исследуемого динамического объекта.

Спектр плана в этом случае представляет собой совокупность значений частот, а дисперсии гармоник являются весами.

*Практическое применение рассмотренных методов планирования измерительного эксперимента в ИС реального времени связано с выбором оптимальных условий измерений, обеспечивающих надежную оценку характеристик ДО и параметров внешней среды, а также с организацией процедурной компоненты базы знаний ИС и соответствующего алгоритмического и программного обеспечения.*

### **Заключение**

Разработка ИС новых поколений знаменуется широким использованием методов моделирования и вычислительных технологий, основанных на применении нетрадиционного математического аппарата. Восприятие и перестройка все возрастающего потока информации и создание на его основе конкретных приложений связано с постоянным усложнением возникающих задач, их комплексностью, практической ориентацией при существенном расширении арсенала применяемых методов и средств исследований. Среди них активнее используются подходы по созданию ИС на базе новых принципов преобразования информации. Необходимость систем нового типа связана с тем, что большинство закономерностей, связей и отношений во многих областях знаний устанавливается на качественном уровне и не всегда может быть описано на языке строгих количественных отношений. Сложность и уникальность изучаемых явлений обуславливает неполноту охвата всех природных феноменов, которые по-разному могут быть восприняты при функционировании ИС.

Применение достижений ИИ при создании ИС новых поколений помогает существенно продвинуться в решении трудно формализуемых задач в условиях неопределенности и неполноты исходной информации. Вместе с тем, несмотря на сравнительно простую интерпретацию, имеющийся формальный аппарат ИИ пока еще далек от совершенства. Понадобится долгий путь, который надо будет пройти, прежде чем сделать ИС эффективно действующими в экстремальных ситуациях, особенно в условиях непрерывного изменения динамики объекта и внешней среды.

### Литература

1. *Аверкин А. Н., Сулин К. В.* Оптимизация нечеткого алгоритма управления мотором с помощью нейронной сети // *Тр. Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM–2000)*. Санкт-Петербург, 2000. – т. 1. – с. 158–160.
2. *Александров В. Л., Матлах А. П., Нечаев Ю. И., Поляков В. И., Ростовцев Д. М.* Интеллектуальные системы в морских исследованиях и технологиях / Под ред. *Ю. И. Нечаева*. – Санкт-Петербург: ГМТУ, 2001.
3. *Буза М. К.* Проектирование программ для систем параллельного действия // *Автоматизация и современные технологии*. – 1998. – № 6. – с. 13–16.
4. *Галушкин А. И.* Теория искусственных нейронных сетей. – М.: ИПРЖР, 2000.
5. *Горбань А. Н., Дунин-Барковский В. Л., Кирдин А. Н. и др.* Нейроинформатика. – Новосибирск: Наука, 1998.
6. *Долгова Е. В., Низамутдинов О. Б., Файзрахманов Р. А.* Динамическое нейро-моделирование промышленных и экономических систем // *Тр. Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM–2002)*. – Санкт-Петербург, 2002. – т. 2. – с. 31–32.
7. *Забелинский А. И.* Нелинейная самоорганизация как подход к построению прогнозирующих моделей // *Автоматизация и современные технологии*. – 2001. – № 9. – с. 17–19.
8. *Каляев А. В.* Многослойная нейропроцессорная сеть с нейропроцессорными обратными связями, управляющими синаптическими весами // *Сб. докладов Международной конференции «Искусственный интеллект–2002»*. Казивели. Крым. – 2002, № 4. – с. 697–703.
9. *Кастнер С., Нечаев Ю. И., Дегтярев А. Б.* Планирование измерительного эксперимента в интеллектуальных системах реального времени // *Тр. Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM–2001)*. – Санкт-Петербург, 2000. – т. 2. – с. 69–74.
10. *Кобяков П. В.* Темпоральные нейронные сети и их применение в информационных системах // *Тр. Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM–2002)*. – Санкт-Петербург, 2002. – т. 2. – с. 56–59.
11. *Лопин В. Н.* О синтезе нейросетевых настраиваемых модулей // *Автоматизация и современные технологии*. – 2000. – № 12. – с. 10–12.
12. *Моисеев В. Б.* Применение экстраполирующей нейронной сети на основе когнитивной карты // *Тр. Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM–2002)*. – Санкт-Петербург, 2002. – т. 2. – с. 36–39.



13. *Моисеев Н. Н.* Численные методы в теории оптимальных систем. – М.: Наука, 1971.
14. *Муравьев Е. А.* Моделирование текстур и фракталов на основе нечетких групп и вейвлет-преобразования // *Тр. Международной конференции по морским интеллектуальным технологиям «МОРИНТЕХ–2001»*. – Санкт-Петербург. – 2001. – Т. 1ю – с. 304–307.
15. *Нестерук Г. Ф., Куприянов М. С., Нестерук Ф. Г.* Организация универсальной вычислительной среды в нейросетевом логическом базисе // *Тр. Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM–2002)*. – Санкт-Петербург, 2002. – т. 2. – с. 48–51.
16. *Нечаев Ю. И., Дубовик С. А.* Анализ устойчивости нелинейной стохастической модели с помощью функционала действия // *Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения*. Сб. тр. Института математики АН Украины. Киев. – 1993, с. 101–103.
17. *Нечаев Ю. И., Горбачев Ю. Е.* Реализация сложных интеллектуальных комплексов на базе современных суперкомпьютеров // *Тр. Международной конференции «Интеллектуальные многопроцессорные системы»*. Таганрог. – 1999, с. 78–85.
18. *Нечаев Ю. И., Завьялова О. П.* Формирование стратегий принятия решений при оперативном управлении сложными динамическими объектами // *Искусственный интеллект*. – Донецк. – 2001, № 3. – с. 80–88.
19. *Нечаев Ю. И.* Нейросетевые технологии в интеллектуальных системах реального времени // *Тр. 4-й Всероссийской конференции «Нейроинформатика–2002»*. – М.: МИФИ, 2002. «Лекции по нейроинформатике». Часть 1, с. 114–163.
20. *Нечаев Ю. И.* Искусственный интеллект: концепции и приложения. – СПб.: ГМТУ, 2002.
21. *Нечаев Ю. И.* Планирование эксперимента в исследованиях технологических процессов. – М.: Мир, 1977.
22. *Поляков А. С.* Нахождение параллельных фрагментов в программах без циклов // *Автоматика и вычислительная техника*. – 1997. – № 6, с. 68–76.
23. *Ростов Н. В., Юсупов А. Н.* Синтез нейросетевых адаптивных цифровых регуляторов с прогнозирующими наблюдателями // *Тр. Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM–2002)*. – Санкт-Петербург, 2002. – т. 2. – с. 80–83.
24. *Соколов А. Е.* Математические системы обработки данных // *Тр. Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM–2001)*. – Санкт-Петербург, 2001. – т. 1. – с. 280–282.

25. Таратухин В. В. Интеграция систем имитационного моделирования и экспертных систем в САПР // *Тр. 6-й Национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ–98)*. Пушкино. 1998. Т.2, с.461–465.
26. Тюменцев Ю. В. Предисловие к лекциям по нейроинформатике 2002 // *Материалы школы-семинара «Современные проблемы нейроинформатики»*. М.: МИФИ, 2002. – Ч. 1 и 2, с. 6–29.
27. Умнов А. Е. Проблемы математического моделирования в условиях неполной информации // *Зарубежная радиоэлектроника*. – 1997. – № 9, с. 37–47.
28. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника. – М.; Мир. 1992.
29. Филаретов Г. В. О нейросетевом представлении типовых моделей временных рядов // *Тр. Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM–2002)*. – Санкт-Петербург, 2002. – т. 2. – с. 80–83.
30. Христиановский Л. Г., Эрлих А. И. Проблемы моделирования в прикладных интеллектуальных системах // *Тр. 3-й Национальной конференции по искусственному интеллекту*. – Тверь, 1992. – Т. 2, с. 78–81.
31. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация, Теория. Расчет и приложения. – М.: Радио и связь, 1992.
32. Яковенко А. В. Идентификация математической модели движения самолета на основе нейросетевого подхода // *Сб. научн.тр.4-ой всероссийской конференции «Нейроинформатика–2002»*. Часть 2. – М.: МИФИ, 2002. – с. 158–164.
33. Bogdanov A., Degtiarev A., Nechaev Yu. Fuzzy logic basis in high performance decision support systems // *Proc. of International conference “Computational Science–ICCS 2001”*. San Francisco. CA. USA. Part 1. – Springer, 2001. – pp. 965–975.
34. Boukhanovsky A. V., Degtiarev A. B. The instrumental tool of wave generation modeling in ship-borne intelligence systems // *Trans. of the Third International Conference in Commemoration of the 300-th Anniversary Russian Fleet by Peter the Great*. – St.Petersburg, 1996. – Vol. 1. – pp. 464–469.
35. Boukhanovsky A., Degtyarev A., Lopatoukhin L., Rozhkov V. Stable states of wave climate: applications for risk estimation // *Proceedings of the International conference STAB’2000*, Launceston, Tasmania, Australia, February, 2000, vol.2, pp. 831–846
36. Nechaev Yu. I., Siek Yu. L. Design of ship-board control system based on the soft computing conception // *Proc. of 11th International Conference on Industrial and Engineering Applications of Artificial Intelligence and Expert Systems (IEA-98-AIE)*. Benicassim, Castellon, Spain. – Springer, 1998. Vol. 2. – pp. 192–199.

37. *Nechaev Yu., Degtyarev A.* Knowledge formalization and adequacy of ships dynamics mathematical models in real time intelligence systems // *Proc. of 14th International Conference on Hydrodynamics in Ship Design*. Szczecin-Miedzyzdroje, Poland, 2001, pp. 235–244.
38. *Nechaev Yu., Degtyarev A., Boukhanovsky A.* Complex situations simulation when testing intelligence system knowledge base // *Proc. Of International Conference "Computational Science–ICCS 2001"*. San Francisco, CA, USA. Part 1. – Springer, 2001. – pp. 453–462.
39. *Wharimton J.M.* The development of neural network techniques for the system identification of aircraft dynamics // *Prepr. Pap. 5-th Austral. Aeronaut. Conf.*, Melbourne, 13–15 Sept. 1993. Vol. 2: Nat. Conf. Publ. Inst. Eng. Austral. – 1993. No. 93/6, Pt. 2, pp. 427–431.
40. *Winston P.N.* Artificial intelligence. - Addison Wesley Publishing Company. USA, 1993.
41. *Zadeh L.* Fuzzy logic, neural networks and soft computing // *Communication on the ACM*. – 1994. – Vol. 37, No. 3. – pp. 77–84.

**Юрий Иванович НЕЧАЕВ**, доктор технических наук, профессор кафедры вычислительной техники и информационных технологий Государственного морского технического университета, заведующий лабораторией систем поддержки принятия решений Института высокопроизводительных вычислений и баз данных. Область научных интересов – разработка интеллектуальных систем обеспечения безопасности мореплавания и посадки летательных аппаратов морского базирования. Научная школа – подготовил 7 докторов технических и физико-математических наук, 15 кандидатов наук. Автор более 370 научных работ и изобретений (монографии, учебники, справочники, научные статьи), в том числе 3 монографии и 132 научные публикации изданы за границей.

---

НАУЧНАЯ СЕССИЯ МИФИ–2003

НЕЙРОИНФОРМАТИКА–2003

V ВСЕРОССИЙСКАЯ  
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ  
КОНФЕРЕНЦИЯ

ЛЕКЦИИ  
ПО НЕЙРОИНФОРМАТИКЕ  
Часть 2

Оригинал-макет подготовлен Ю. В. Тюменцевым  
с использованием издательского пакета L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>  
и шрифтового набора PSCyr

Подписано в печать 02.12.2002 г. Формат 60 × 84 1/16  
Печ. л. 11, 25. Тираж 200 экз. Заказ №

*Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет)  
Типография МИФИ  
115409, Москва, Каширское шоссе, 31*