

УДК:517.9+519.87+532+536

Математическое моделирование гидродинамического взаимодействия сильной ударной волны с неоднородной средой

Б. П. Рыбакин^{1,2}, В. Б. Бетелин^{1,2}, В. Р. Душин¹, Е. В. Михальченко^{1,2}, С. Г. Моисеенко³,
Н. Н. Смирнов^{1,2}, Л. И. Стамов^{1,2}, В. В. Тюренкова^{1,2}

¹Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Москва, Российская Федерация

²Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук» Москва, Российская Федерация

³Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт космических исследований Российской академии наук, Москва, Российская Федерация

В работе представлены результаты компьютерного моделирования взаимодействия ударной волны с молекулярным облаком в трехмерной постановке. Сжатие облаков, вызванное ударными волнами, джетами и другими процессами часто встречаются в Галактиках. В результате такого взаимодействия молекулярные облака (Molecular Clouds, MC) либо разрушаются, либо в них ускоряются процессы образования звезд и планетных систем. Ударные волны, которые распространяются в межзвездной среде (Inter Stellar Media, ISM), образуются в результате различных астрофизических процессов таких как джеты (jets), взрывов сверхновых звезд, столкновений МО и т.д. Для проведения моделирования была построена трехмерная параллельная программа с достаточным эффективным разрешением для диаметра облака. Проведен детальный анализ процессов абляции, деформирования и фрагментации молекулярного облака (МО). Подробно изучено формирование системы прошедших и отраженных волн, сжатие и абляция вещества. Постпроцессорная обработка результатов расчетов позволила найти особенности возникающего течения - образование вихрей, эрозии и абляции вещества молекулярного облака.

Ключевые слова: ударные волны, молекулярные облака, компьютерное моделирование, высокопроизводительные вычисления

Введение

Пространство между звездами в галактиках заполняет разреженное вещество, которое называется межзвездной средой (МЗС, ISM, InterStellar Media). Оно состоит из газа и пыли, и составляет 10–15% от общей массы в галактическом диске [1]. Из него образуются звезды и звезды формируют МЗС на протяжении всей жизни и после своей смерти. Межзвездная среда по своей структуре существенно неоднородна. В МЗС существуют области, в которых вещество имеет большую плотность. Эти неоднородности возникают по разным причинам, но независимо от природы возникновения, такие сгустки или облака (МО, Molecular Clouds, MC) качественно отличаются от МЗС. Сжатие молекулярных облаков (МО) является одним из важных механизмов, в результате которых может ускориться процесс гравитационного коллапса и формирование звезд и планетных систем. Сжатие МО может также привести к разрушению этого облака указанными воздействиями. На Рис. 1 приведен снимок молекулярного облака Unicorn R2, полученного с помощью телескопа VISTA ESO.

Исследованию особенностей поведения молекулярно-пылевых облаков и изучению их роли в формировании звезд посвящено большое количество работ. В пионерских работах [2, 3] аналитически были проанализированы процессы взаимодействия потоков с различными неоднородностями. Были изучены вопросы, связанные с влиянием внешних течений на свойства неоднородных областей. Первые работы в этой области были выполнены в одномерной или двумерной осесимметричной постановках. По мере роста вычислительных мощностей появились работы, в которых был добавлен учет гравитации, влияние магнитных полей. В работах [4] – [7] была исследована задача взаимодействия потока вещества и ударной волн с одиночным МО. Эти исследования также проводились в одномерной и двумерной постановках. Было исследовано влияние основных гидродинамических характеристик и магнитных полей. Одномерным и двумерным постановкам характерны ограничения, которые не позволяют провести детальное исследование процесса взаимодействия ударной волны с МО.



Рис. 1. В центре молекулярное облако Unicorn R2. Телескоп VISTA, Европейская южная обсерватория.

В трехмерной постановке такие ограничения отсутствуют. Это дает дополнительные преимущества, связанные с более точным описанием возникающих процессов. В работах [8] – [11] была использована двух и трехмерная постановка задачи. В этих и ряде других исследований появилась возможность выявить сложные взаимодействия, возникающие в процессе взаимодействия сильных ударных волн с молекулярно-пылевыми облаками. Изучено появление Рэлей-Тейлоровской неустойчивости, явление уноса вещества (абляции) при образовании турбулентного течения и радиационного охлаждения вещества облака. В работе [9] используется однофазная модель газа, которая достаточно точно отражает физическую картину течения. В расчетах предполагалось, что невозмущенная субстанция МЗС состоит из сравнительно теплого вещества ($\sim 10^4$ К) и небольших неоднородно распределенных холодных облаков ($\sim 10^2$ К), которые обладают большой плотностью [4], [8], [12]. Изначально облака находятся в динамическом равновесии с фоновым газом [9].

В данной работе рассмотрен процесс взаимодействия ударной волны большой интенсивности с молекулярным облаком. Моделируется процесс возникающего гиперзвукового газодинамического течения и анализируется взаимодействие процессов сжатия, фрагментации и образование турбулентных течений в облаке и окружающей среде.

Моделирование динамических процессов в трехмерной постановке на достаточно подробных сетках требует больших вычислительных ресурсов. Для проведения расчетов был разработан параллельный алгоритм решения задач нестационарной газодинамики [14], детально опробованный при решении задачи взаимодействия набегающей ударной волны с областью меньшей плотности [15]. Для ускорения расчетов была использована технология OpenMP. Для этого была разработана параллельная программа, которая основана на разностных схемах высокого разрешения. Данная программа позволяет решать трехмерные уравнения Эйлера для сжимаемого газа. Для улучшения качества параллельного кода использовался Intel V Tune Amplifier XE.

Основные уравнения Межзвездная среда состоит из сравнительно теплого вещества $\sim 10^4$ К. В МЗС находится молекулярное облако, плотность намного больше плотности МЗС. Температура в молекулярном облаке меньше температуры МЗС $T_{cloud} \sim 10^2$ К. Ударная волна, образовавшаяся после взрыва сверхновой звезды, набегающая на молекулярное облако, которое находится в межзвездной среде. На рис. 2 схематически представлена геометрия расчетной области. Приведено сечение трехмерной расчетной области плоскостью перпендикулярной оси OZ. На рис. 2 приведено начальное ($t=0$) положение ударной волны и МО, плоская ударная волна примыкает к левой границе молекулярного облака (слева). На правом рисунке приведен момент безразмерного времени $t=7$. В расчетах используется однофазная модель газа, которая обеспечивает детальную физическую картину. Вычислительная область представляет собой параллелепипед размерами от $2048 \times 1024 \times 1024$ до $1024 \times 512 \times 512$ ячеек по осям X, Y and Z соответственно. В приведенных расчетах размер ячеек по осям $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ принимался одинаковым: $\Delta x = \Delta y = \Delta z$. Таким образом, каждая среда имеет свою скорость звука, равную

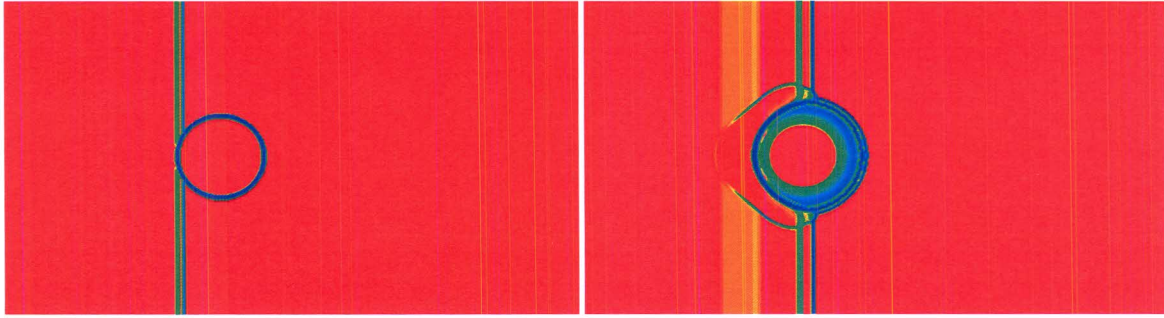


Рис. 2. Цифровой шпирен для градиента плотности при $t=0$ (слева) и при $t=7$

$$a_i = \sqrt{\gamma_i \frac{p_i}{\rho_i}}, \quad i = 0, 1, \quad (i = 0 \text{ для МЗС}, i = 1 \text{ для МО}).$$

Число Маха $M_i = u_i/a_i$ для этих сред также различны. Тем не менее [16, 17] показали, что можно проигнорировать эти различия и использовать одинаковые значения $\gamma = 5/3$ для всей расчетной области. Таким образом мы будем рассматривать нестационарные течения идеального сжимаемого газа. Также мы будем пренебрегать эффектами вязкости и трения. Система законов сохранения массы и количества движения и энергии в трехмерной Декартовой системе координат может быть записана следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{U})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{U})}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

Здесь вектор консервативных переменных можно представить в виде: $\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e)^T$. Вектор потоков выглядит следующим образом:

$$\mathbf{F}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho ue + up \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Потоки $\mathbf{G}(\mathbf{U})$ и $\mathbf{H}(\mathbf{U})$ можно записать аналогично (3).

При моделировании процесса взаимодействия сильной ударной волны с межзвездной средой и молекулярным облаком будем использовать уравнение состояния в виде:

$$p = \rho(\gamma - 1) \left[e - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right], \quad (3)$$

здесь γ отношение теплоёмкости при постоянном давлении к теплоёмкости при постоянном объёме, ρ плотность, $\mathbf{v} = \{u, v, w\}$ вектор скорости и p давление [15].

Изначально облако находится в динамическом равновесии с фоновым газом. Теплопроводностью и радиационными потерями при взаимодействии можно пренебречь. В работе используется уравнение состояния идеального газа с $\gamma = 5/3$. Плотность межзвездной среды принимается равной $\rho_a = 2.15 \cdot 10^{-25} \text{ g/sm}^3$, температура $T_a = 10^4 \text{ K}$, $u_a = 0.0$. Плотность в облаке $\rho_c = 1.075 \cdot 10^{-22} \text{ g/sm}^3$, температура $T_c = 100 \text{ K}$, $u_c = 0.0$. Параметры газа за ударной волной определяются из уравнений Рэнкина – Гюгонно. В наших расчетах число Маха ударной волны равно $M=7$, плотность $\rho_{sh} = 8.6 \cdot 10^{-22} \text{ g/sm}^3$, температура $T_{sh} = 1.5 \cdot 10^5 \text{ K}$, скорость $u_{sh} = 1.04 \cdot 10^7 \text{ sm/s}$ [4], [8], [12]. Толщина фронта ударной волны достаточно большая 2-5 парсеков, что намного больше радиуса облака. Радиус облака равен $r_c = 0.05$ парсека, время прохождения ударной волной расстояния диаметра облака равно 960 лет.

Одним из наиболее важных параметров процесса взаимодействия ударной волны с МО является отношение плотности МО к плотности МЗС:

$$\chi = \frac{\rho_{mc}}{\rho_{ism}} \quad (4)$$

Здесь ρ_{mc} – плотность молекулярного облака, ρ_{ism} – плотность межзвездной среды соответственно. Предполагаем, что ударная волна на подвергается радиационному охлаждению и число Маха ударной волны достаточно большое.

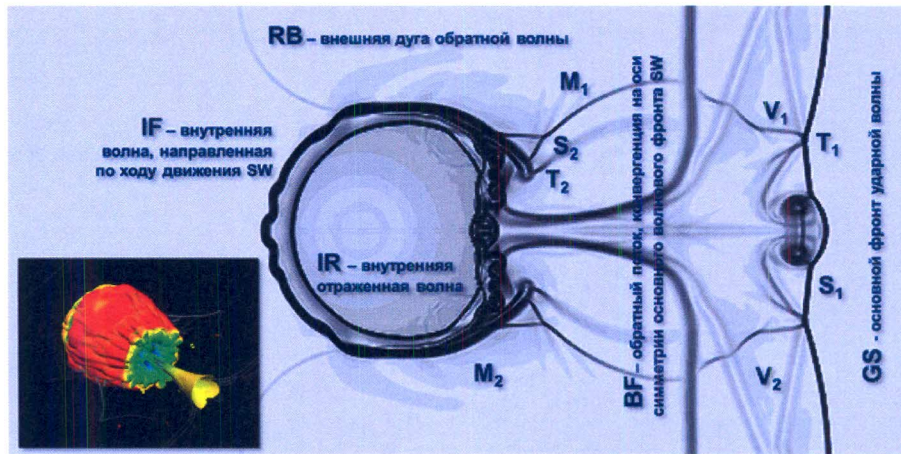


Рис. 3. Цифровой шпирен для градиента плотности при $t=50$ и изображение одной из изоповерхностей модуля ротации скоростного поля, с приведенной на ней картой распределения локальной скорости потока газа

Тогда можно показать, что скорость ударной волны в облаке можно приблизительно оценить [13] так:

$$v_{c,sh} \simeq \frac{v_{sh}}{\chi^{1/2}} \quad (5)$$

Используя (4) и (5) можно оценить время, за которое ударная волна достигнет центра облака:

$$\tau_{cc} = \frac{\chi^{1/2} R_c}{v_{sh}} \quad (6)$$

Обезразмеривание

Приведем систему трехмерных уравнений Эйлера к безразмерному виду. Для этого представим каждую функцию как $f = f_0 f'$. Здесь f' – безразмерные величины, f_0 – константы обезразмеривания. Все величины были приведены к безразмерному виду следующим образом:

$$t = t_0 t', x = x_0 x', u = u_0 u', v = v_0 v', \omega = \omega_0 \omega', p = p_0 p', \rho = \rho_0 \rho', e = e_0 e'.$$

Начальные и граничные условия

Расчетная область представляет собой параллелепипед размерами $1024 \times 512 \times 512$ ячеек. Радиус молекулярного облака принимается равным 64 ячеек, его центр находится в точке с координатами c_x, c_y, c_z . На левой и правой границах расчетной области принимаются условия на свободной границе. На остальных границах задаются периодические граничные условия. При заданных начальных условиях начинается расчет процесса взаимодействия высокоинтенсивной ударной волны с молекулярным облаком. В начальный момент времени ударная волна, примыкает к левой границе облака, и в момент времени $t=0$ начинает взаимодействовать с облаком.

Метод численного решения

Для решения задачи был создан параллельный алгоритм, использующий разностные схемы высокого разрешения [18]. Разностная схема имеет второй порядок точности и позволяет вести расчет с высоким разрешением движения ударных волн и контактных разрывов и предотвращать нефизические осцилляции.

Для верификации программного кода было проведено большое количество различных двух и трехмерных тестов [14, 15]. Проведенное тестирование показало хорошее совпадение результатов расчетов с аналитическими решениями и экспериментальными данными. Фронты ударных волн размазывались на величину 3-4 ячейки, контактные разрывы на 3-5 ячеек.

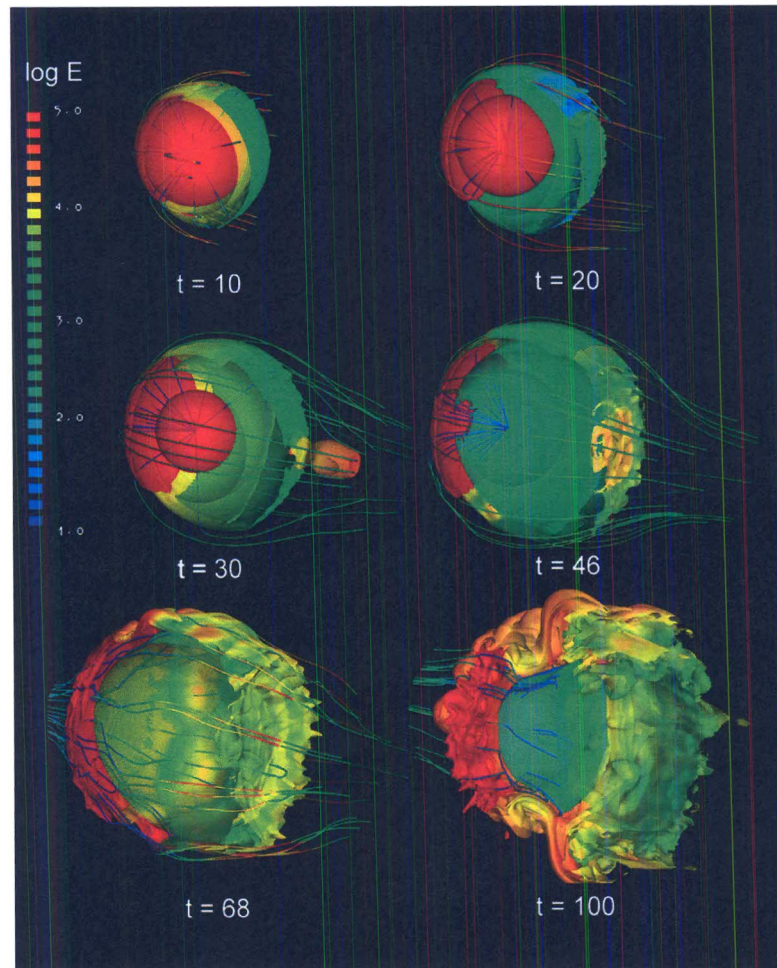


Рис. 4. Эволюция во времени пространственного распределения плотности облака с картами распределения логарифма энергии на выделенных изоповерхностях логарифма плотности.

Для хорошего разрешения процессов, происходящих в МО необходимо, чтобы радиус облака был не менее 64 расчетных ячеек. Размер разностной сетки был выбран из этих соображений, основные расчеты проводились на сетке размерами $1024 \times 512 \times 512$. Меньшее количество ячеек отрицательно сказывается на разрешении происходящих процессов. После проведения расчетов с помощью коэффи-

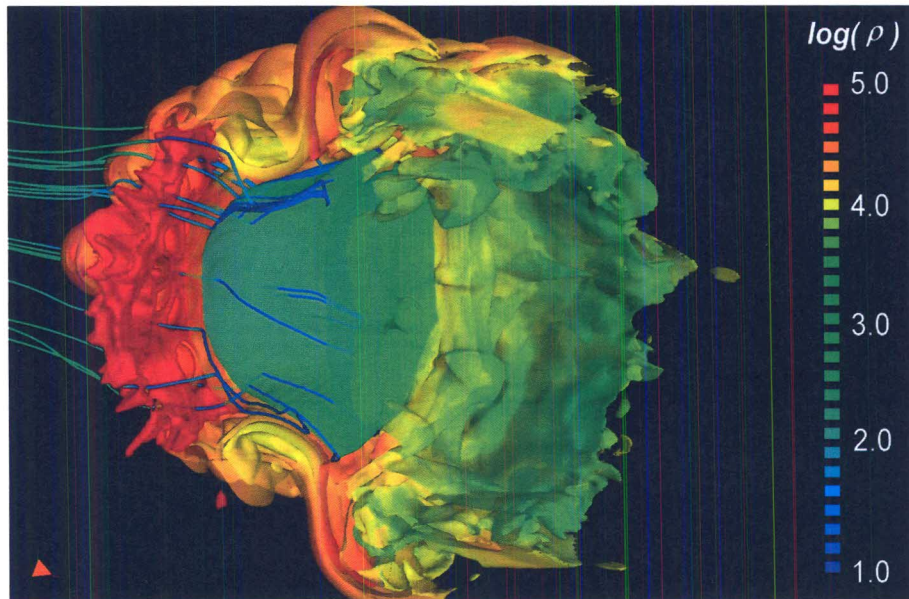


Рис. 5. Исоповерхность плотности для $\rho = 3.25$. Цветом отображено распределение энергии. Стрелками показаны линии тока.

циентов масштабирования, можно получить истинные значения физических величин.

Мы будем отмечать величины в МЗС индексом a , в молекулярном облаке c , за фронтом ударной волны sh . В начальный момент времени расчетная область заполнена газом с безразмерной плотностью $\rho'_a = 1.0$, давлением $p'_a = 1.0$, скоростью звука $c'_a = \sqrt{\gamma \frac{\rho'_a}{p'_a}}$. В области радиуса r_c (МО) находится газ с параметрами: $\rho'_c = 500$. Ударная волна в начальный момент времени примыкает к левой границе молекулярного облака Рис. 2. Число Маха ударной волны равно $M = 7.0$. Параметры газа за фронтом ударной волны находятся из условий Рэнкина-Гюгонно.

Такое условие позволяет ограничить появление новых максимумов и минимумов, которые неизбежно возникают в схемах высокого порядка точности. В расчетах была использована монотонная противопотоковая схема для консервативных законов. Она представляет собой модификацию монотонной противопотоковой схемы первого порядка точности. Шаги по времени вычисляются с помощью условия устойчивости Куранта – Фридрихса – Леви. Для эффективного распараллеливания было использовано разделение по пространственным переменным. Это позволило применить эффективное распараллеливание с помощью технологии OpenMP.

Была проведена тщательная верификация и валидация предложенного алгоритма. Проведенное тестирование показало хорошее совпадение аналитических и экспериментальных данных с результатами компьютерного моделирования. Результаты проведенной верификации и валидации приведены в работах [15, 20].

Основные результаты В процессе взаимодействия ударной волны с облаком проходит несколько характерных стадий взаимодействия. На начальной стадии, под действием падающей ударной волны облако сжимается. Разность величин в МЗС, молекулярном облаке и за фронтом ударной волны меняется на несколько порядков. Поэтому на приведенных графиках используется логарифм плотности, энергии и температуры.

На Рис. 3 приведен численный шлирен для логарифма плотности на момент безразмерного времени $t=50$. На Рис. 3 отражены основные характеристики возникающего течения. Условные обозначения: M_1 – первичная ударная волна (УВ), отраженная от основной ударной волны, возникшая при отражении Маха на оси симметрии; M_2 – вторичные УВ; S_1 – первичные ножки Маха; S_2 – вторичные ножки Маха; T_1 – первичные тройные точки; T_2 – вторичные тройные точки; V_1 – первичные отрывные вол-

ны, вызванные регулярным отражением от вогнутого фронта основной ударной волны; V_2 – вторичные вихревые образования - волны, вызванные отражением от вогнутого фронта основной ударной волны и выпуклости в области образования ножек Маха. После прохождения ударной волной $L=3/4$ диаметра облака начинается процесс его фрагментации, и активируется совместный процесс абляции - перемешивания МО с областью ударной волной и межзвездной средой. В левом нижнем углу приведена изоповерхность логарифма плотности в момент времени, после прохождения ударной волной облака, цвет на поверхности отображает модуль местной скорости течения.

В начальные моменты времени, когда головная ударная волна начинает огибать молекулярное облако, на левой границе образуется волна, которая движется навстречу потоку. За счет этого на левой границе облака начинает формироваться первичное возмущение. На правой границе возникает неустойчивость Рихтмаейра-Мешкова. Следующая стадия характеризуется расширением облака и образованием сложной волновой структуры. За фронтом прошедшей ударной волны формируются вихри, которые развиваются с течением времени. На поверхности облака виден процесс абляции (уноса вещества). После прохождения ударной волной сферического облака профиль ударной волны (УВС) становится

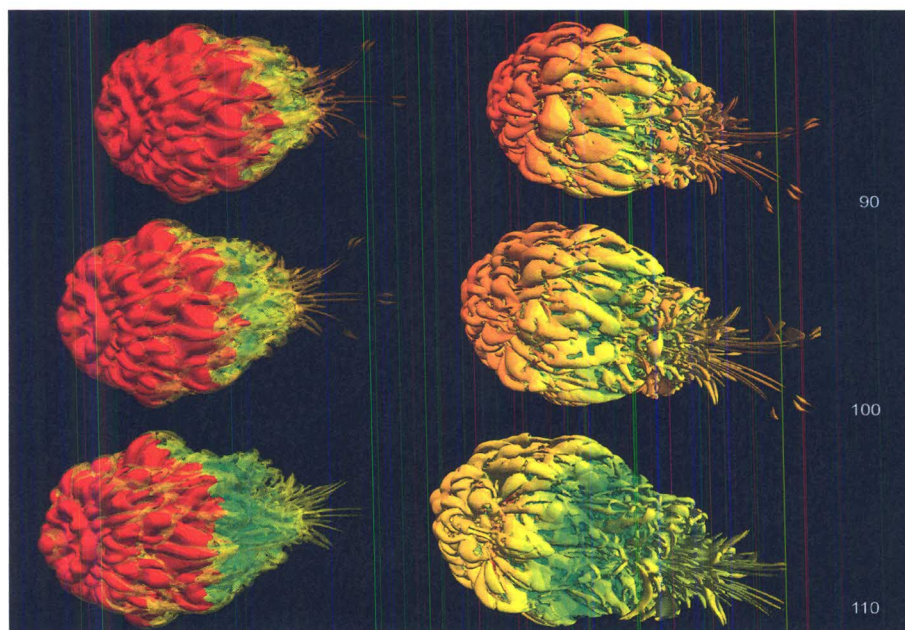


Рис. 6. Слои возмущения, показаны с помощью Q - критерия. $Q = 10$, для $\log(\rho) = 1$

вогнутым, на передней кромке видны тройные ножки Маха (Рис.3). Падающая ударная волна распадается на проходящую и отраженную ударную волны. На поздней стадии, после прохождения ударной волной всего облака, на оси тыльной поверхности облака в области отраженной ударной волны, формируется область высокого давления. Эта область высокого давления образует ударную волну, которая начинает распространяться навстречу падающей волне.

На Рис.4 приведены изоденсы для нескольких значений плотности. Показаны изоповерхности для значений $\ln \rho = 5; 4; 2$. Изоповерхность для логарифма плотности $\ln \rho = 5$ дается полностью (это высокоэнергетическая область, в палитре для распределения логарифма энергии это выделено красным цветом), для изоповерхностей $\ln \rho = 4; 2$ показаны только половины поверхностей (из соображений наглядности). Они показаны в области за меридиональным ее сечением. На соответствующих поверхностях цветом выделено распределение $\ln E$ (логарифм энергии). Приведенные на рисунке линии тока проходят через отдельные точки на изоповерхности $\ln \rho = 5$, на начальных стадиях они показывают направление расширения шарового образования, имеющее первоначально источник расширения в геометрическом центре облака. Анализ изображений показывает механизм фрагментации молекулярного облака по плотности. По мере прохождения основной ударной волны и образования внутренних волн и разрывов внутри облака, возникает реверсивная волна, при этом облако расширяется. Происходит перераспределение газа по плотности и переход облака к структуре пузыря со значительно возмущенной приповерхностной зоной. Характерным является уменьшение в размерах первичного шарового газового образования с высокой плотностью, с переходом его в приповерхностную лунку линзовой

формы, с последующим ее дроблением.

Прошедшая ударная волна «сдувает» возмущения с поверхности молекулярного облака. На Рис. 5 можно отметить образование поверхностных возмущений. На этом рисунке представлено значение ротора поля скоростей. Цветом показано распределение локальной скорости потока газа на этой поверхности. Неустойчивость Рихтмаейра-Мешкова (Р-М) является частным случаем неустойчивости Рэля-Тейлора и возникает из-за нарастания возмущения на границе раздела двух сред с различными плотностями, подвергнутых воздействию ударной волны. На Рис. 5 видно формирование неустойчивости Р-М на правой границе. На правой половине сферы, за фронтом ударной волны, видно формируемое вихревое кольцо, которое с течением времени развивается и образует вихревую структуру. Важной особенностью процесса взаимодействия ударной волны с молекулярным облаком является

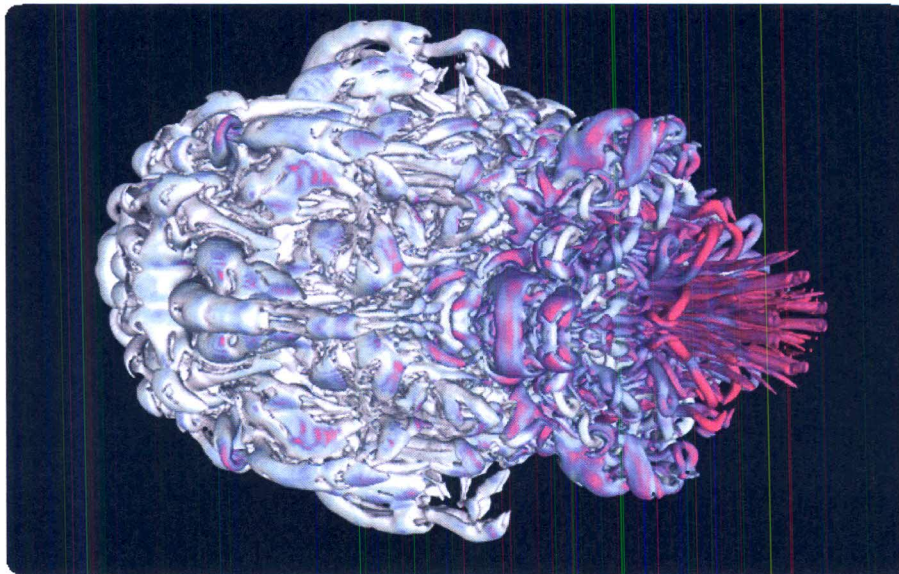


Рис. 7. Второй инвариант тензора скорости: Q - критерий для значения $Q=100$

образование вихрей. Ударно-волновое взаимодействие образует систему вихрей двумя способами:

- бароклинный эффект создает сдвиговой слой между облаком и окружающей среды;
- эффект искривленной ударной волны создает турбулентность в диффузной среде в непосредственной близости от облака.

Возникающие возмущения приводят к образованию завихренности над поверхностью облака и уносу (абляции) его вещества. Это хорошо видно на Рис. 6. На этом рисунке представлена визуализация изоповерхности для второго инварианта тензора скорости – Q критерия [21]. Вихри образуют кольцевые структуры на поверхности облака. На Рис. 7 приведены результаты расчетов в «поздние» моменты времени. Зарождающиеся вихри превращаются в вихревые дорожки и инициируют вихревые шпильки. Соседние вихри с противоположным направлением вращения образуют систему первичных и вторичных вихревых структур. Со временем эти вихревые структуры растягиваются, изгибаются и меняют форму, образуя вторичные, третичные и т.д. системы. На Рис. 7 показан квази-продольный вихрь (quasi-streamwise vortex). Хорошо видны вихревые шпильки, красным цветом показан пучок удлиненных вихрей.

Параллельный алгоритм Математическое моделирование трехмерных задач нестационарной газовой динамики на достаточно больших сетках требуют больших вычислительных ресурсов. Для сокращения времени расчетов был построен параллельный алгоритм и программа, которая позволяет проводить вычисления на гибридной вычислительной системе. Для профилирования программы был использован Intel VTune Amplifier XE. На Рис. 8 приведены результаты проведенного анализа по распараллеливанию программы на центральном процессоре. На этом рисунке показано «качество» построенного параллельного алгоритма. Более 80% общего времени занимает расчет четырех подпрограмм. После оптимизации этих подпрограмм их степень распараллеливания стала достаточно высокой. На рисунке зеленым цветом показано «идеальное» распараллеливание, желтым – хорошее, красным – плохое. Плохое распараллеливание означает, что эффективность в этом случае меньше 50%. Некоторые

подпрограммы рассчитывались на графическом процессоре. **Выводы** Было проведено численное мо-

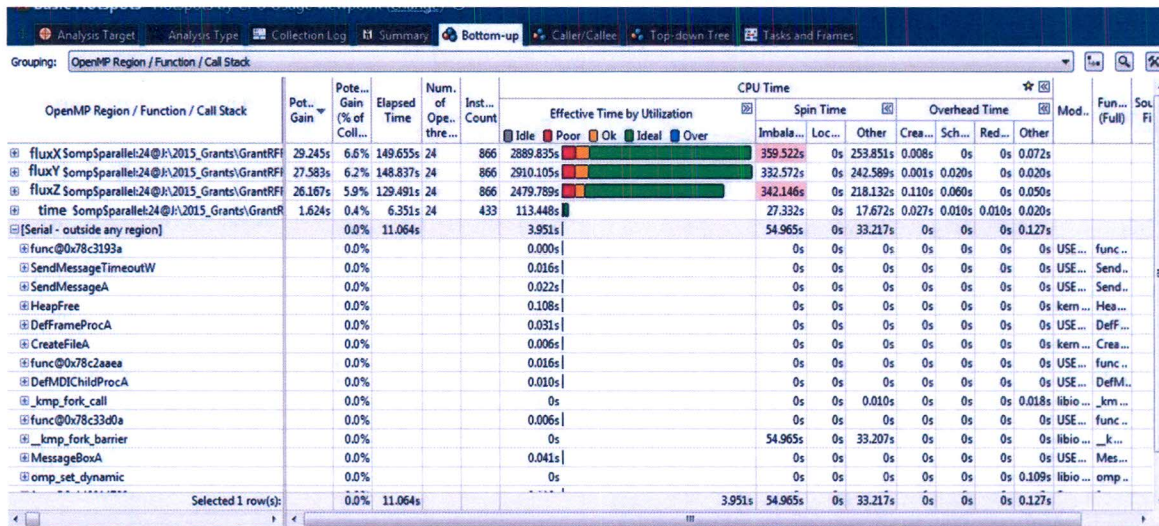


Рис. 8. Анализ качества распараллеливания программы, проведенный с помощью программы Amplifier XE

делирование процесса взаимодействия ударной волны с молекулярным облаком. Подробно изучен процесс абляции с поверхности облака и образование вихревых структур. В начальные моменты времени на левой границе облака начинает формироваться первичное возмущение. На правой границе возникает неустойчивость Рихтмаейра-Мешкова. Следующая стадия характеризуется расширением облака и образованием сложной волновой структуры. За фронтом прошедшей ударной волны формируется вихри, которые развиваются с течением времени. На поверхности облака виден процесс абляции (уноса вещества). В моменты безразмерного времени начиная с $t \cong 80$ образуется система вихрей. Вихри образуют кольцевые структуры на поверхности облака. С течением времени они превращаются в вихревые дорожки и инициируют вихревые шпильки. Соседние вихри с противоположным направлением вращения образуют систему первичных и вторичных вихревых структур. Со временем эти вихревые структуры растягиваются, изгибаются и меняют форму, образуя вторичные, третичные и т.д. системы.

Благодарности Данная работа была выполнена при поддержке гранта Российского Фонда поддержки Фундаментальных Исследований №14-29-06055.

Литература

1. Ferriere, K.M. (2001). The interstellar environment of our galaxy. *Reviews of Modern Physics*, 73, 1031–1066.
2. Hartquist, T.W., Dyson, J.E. 1988, *Ap&SS*, 144, 615
3. Hartquist, T.W., Dyson, J.E., Williams, R.J.R., 1997, *ApJ*, 482, 182
4. Klein R, McKee C, and Colella P (1994). On the hydrodynamics interaction of shock waves with interstellar clouds, 1. Nonradiative shocks in small clouds. *ApJ*, vol. 420, pp 213-236.
5. J. Kelly Truelove, Richard I. Klein, Christopher F. Mckee, John H. Holliman, Louish H. Howell, Jeffrey A. Greenough, and D. Tod Woods. 1997. *Self-Gravitational Hydrodynamics With Three-Dimensional Adaptive Mesh Refinement: Methodology And Applications To Molecular Cloud Collapse And Fragmentation*.
6. Anderson, M.C., Jones, T.W., Rudnick, L., Tregillis, I.L., Kang, H. 1994, *ApJ*, 421, L31
7. Gregori, G., Miniati, F., Ryu, D., Jones, T.W. 1999, *ApJ*, 527, L113
8. Melioli C., de Gouveia Dal Pino E., Raga A. Multidimensional hydro dynamical simulations of radiative cooling SNRs-clouds interactions: an application to starburst environments // *Astronomy & Astrophysics*, 2005. Vol. 443. pp. 495-508.
9. Frank A., Poludnenko A., Gardiner T., Lebedev V., Drake R (2003), *Stellar outflows with new tools: advanced simulations and laboratory experiments. RevMexAA (Serie de Conferencias)*, 15, pp. 85-91.
10. Stone J.M., Norman M.L. The three-dimensional interaction of a supernova remnant with an interstellar cloud // *APJL*, 1992. Vol. 390. pp. 17–19.

11. J. Kelly Truelove, Richard I. Klein, Christopher F. Mckee, John H. Holliman, Louish H. Howell, Jeffrey A. Greenough, and D. Tod Woods. Self-Gravitational Hydrodynamics with Three-Dimensional Adaptive Mesh Refinement: Methodology and Applications to Molecular Cloud Collapse and Fragmentation, 1997.
12. McKee C.F. Supernova remnant shocks in an inhomogeneous interstellar medium // *Supernova Remnants and the Interstellar Medium*, 1988. IAU Coll. 101. pp. 205-222.
13. McKee, C.F. Cowie L.L. The Interaction Between the Blast Wave of Supernova Remnant and Interstellar Clouds. *The Astrophysical Journal*, 195, February 1975, 715-725.
14. Rybakin B. Modeling of III-D Problems of Gas Dynamics on Multiprocessing Computers and GPU // *Computers and Fluids*, 2013. Vol. 80. pp. 403–407.
15. Rybakin B., Goryachev V. The supersonic shock wave interaction with low-density gas bubble // *Acta Astronautica*, 2014. Vol. 94, Issue 2. pp. 749–753.
16. Picone, J.M., Boris, J.P.: Vorticity generation by shock propagation through bubbles in a gas. *J. Fluid Mech.* 189, pp. 23–51 (1988).
17. Bagabir, A., Drikakis, D.: Mach number effects on shock–bubble interaction. *Shock Waves* 11, pp. 209–218 (2001).
18. E.F. Toro. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, 2009, 724 p.
19. S. Godunov. A difference method for numerical calculation of discontinuous equations of hydrodynamics (in russian). *Mat. Sb.* 47 (1959), pp. 271–300.
20. B.P. Rybakin, L.I. Stamov, E.V. Egorova. (2014) Accelerated solution of problems of combustion gas dynamics on GPUs. *Computers & Fluids* 90 164–171.
21. Hunt J., Wray A., Moin P. Eddies, streams, and convergence zones in turbulent flows // *Proc. Summer Program Center for Turbulence Research (NASA Ames/Stanford Univ.)*, 1988, pp. 193-208.