КОРРЕЛЯЦИЯ ЧИСЛА МОД КВАНТОВОЙ СТАТИСТИКИ ВОЗБУЖДАЮЩЕГО ПОЛЯ И ЧИСЛА ЛИНИЙ В СПЕКТРЕ РЕЗОНАНСНОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ

Б.В. Крыжановский, Г.Б. Соколов

Институт оптико-нейронных технологий РАН

117333 Москва, ул.Вавилова 44/2 kryzhanov@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Найдены квазиэнергетические волновые функции двухуровнего атома в электромагнитном поле поле, состояние которого представляет собой суперпозицию когерентных состояний. Исследован спектр флуоресценции атома, возбуждаемого таким полем. Показано, что каждой моде квантово-статистического распределения падающего на атом поля соответствует спектральная мода флуоресценции. Это означает, что число статистических мод падающего поля может быть зарегистрировано как число бит переносимой световым импульсом информации.

Ключевые слова: квантовая статистика, флуоресценция, передача информации.

1. ВВЕДЕНИЕ

Неослабевающий интерес к неклассическим состояниям оптических полей обусловлен важными приложениями таких полей в оптической связи и квантовых компьютерах [1]. В связи с этими приложениями представляет интерес исследование фундаментальных свойств взаимодействия неклассичеких полей с веществом.

Для описания возбуждения атома обычно предполагается, что возбуждающее поле находится в когерентном (статистически одномодовом) состоянии (см. обзор [2]). Такой подход обусловлен прежде всего относительной легкостью проведения расчетов: когерентное состояние является собственной функцией оператора уничтожения фотона, вследствие чего квантовые уравнения, описывающие взаимодействие, совпадают с достаточно простыми уравнениями для атома в классическом поле.

Однако если предположить, что возбуждение осуществляется неклассическим полем с многомодовой статистикой, то обнаружится ряд особенностей в поведении атома и спектре резонансной флуоресценции, отсутствующих в пределе квазиклассического поля. Примером тому - аномальные формы спектров флуоресценции двухуровневого атома, взаимодействующего со сжатым вакуумом, исследовавшиеся в работах [3,4]. В работе [5] при рассмотрении задачи о спектре резонансной флуоресценции в сжатый вакуум обнаружена сильная зависимость ширины центрального пика от фазы возбуждающего поля. В работе [6] показано, что при наличии широкополосного сжатого вакуума одна из компонент атомной поляризации затухает со скоростью, меньшей скорости спонтанного распада в обычный вакуум.

В настоящей работе рассмотрен случай возбуждения атома полем, волновая функция которого представляет собой суперпозицию когерентных состояний с произвольными фазами и амплитудами. В отличие от цитируемых выше работ рассмотрение проводится для случая взаимодействия атома с полем в открытом пространстве, в отсутствие какого-либо резонатора, который бы вносил изменения в свойства вакуума. Показано, что квантово-статистические особенности состояния возбуждающего поля проявляются макроскопически в спектре флуоресценции в виде корреляции между числом статистических мод (числом пиков в распределении числа фотонов) и числом линий в спектре рассеянного излучения. Существенно, что эти проявления не исчезают по мере роста интенсивности накачки, а наоборот становятся все более заметными. В разделах 2-3 найдены волновые функции связанной системы "атом в поле, состояние которого представляет собой суперпозицию произвольного числа когерентных состояний" и показано, что числом таких состояний определяется количество линий в спектре рассеянного излучения. Использование этого факта как альтернативного способа считывания информации рассматривается в разделе 4.

2. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ "АТОМ В ПОЛЕ"

Рассмотрим взаимодействие двухуровневого атома с полем суперпозиционного состояния. Пусть состояние свободного поля Ψ_F до включения взаимодействия ($t=-\infty$) описывается некоторой суперпозицией когерентных состояний:

$$\Psi_F = \sum_m A_m \,|\, \alpha_m\rangle \tag{1}$$

где $|\alpha_m\rangle$ - когерентное состояние [7], описывающее некое классическое поле с напряжённостью E_m и, соответственно, интенсивностью $I_m = c\,|\,E_m\,|^2\,/\,4\pi$:

$$|\alpha_m\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_m^n}{\sqrt{n!}}\,|\,n\rangle\,\exp\left(-\frac{|\,\alpha_m\,|^2}{2}\right) \tag{2}$$

Гамильтониан системы в резонансном и электро-дипольном приближениях имеет вид:

$$H=H_F+H_A+H_{int} \tag{3}$$

где

$$\mathrm{H_F} = \hbar\sum_k \omega_k c_k^+ c_k \;, \quad H_A = \hbar\omega_{21}\sigma_+\sigma_- \;, \quad \mathrm{H_{int}} = \sum_k (g_k c_k^+ \sigma_- + g_k^* c_k \sigma_+) \tag{4}$$

операторы Гамильтона свободного поля, свободного атома и их взаимодействия соответственно; c_k^+ и c_k - операторы рождения и уничтожения фотонов в моде k ; σ_+ и σ_- - спиновые операторы Паули, подчиняющиеся обычным коммутационным; g_k - параметр связи, нормированный таким образом [8], что величина

$$\gamma = 2\pi\sum_k |g_k|^2 \delta(\omega_k - \omega_{21}) \tag{5}$$

есть вероятность спонтанного перехода атома из возбужденного ψ_2 уровня в основное состояние ψ_1.

Рассмотрим безрелаксационный режим взаимодействия, полагая внешнее поле квазимонохроматическим с несущей частотой ω, близкой к частоте атомного перехода ω_{21}. В этом случае в гамильтониане (3) следует учитывать только одну моду k, соответствующую внешнему полю, исключив из рассмотрения все прочие моды сплошного спектра, соответствующие полю вакуума. В соответствии с этим будем опускать индексы k.

Волновую функцию системы "атом во внешнем поле" ищем в виде разложения по невозмущённым атомным волновым функциям $\psi_{1,2}$ и состояниям с фиксированным числом фотонов $|n\rangle$. Тогда, последовательно повторяя приведенные в ряде работ (см. например [9]) вычисления для гамильтониана типа (3), получим два независимых решения уравнения Шредингера - ортонормированные волновые функции Ψ_1 и Ψ_2, соответствующие двум возможным состояниям свободного атома:

$$\Psi_1 = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_m A_m \left(B_{1n}\psi_1 \,|\, n\rangle + B_{2n}\psi_2 \,|\, n\text{-}1\rangle e^{-i\Delta t}\right)\frac{\alpha_m^n}{\sqrt{n!}}\exp\left(-i\lambda_{1n}t - \frac{|\alpha_m|^2}{2}\right) \tag{6}$$

$$\Psi_2 = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_m A_m \left(-B_{2n}\psi_1 \,|\, n\rangle + B_{1n}\psi_2 \,|\, n\text{-}1\rangle e^{-i\Delta t}\right)\frac{\alpha_m^n}{\sqrt{n!}}\exp\left(-i\lambda_{2n}t - \frac{|\alpha_m|^2}{2}\right)$$

где:

$$B_{1n} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{1+\chi_n}}\right)^{1/2}, \quad B_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\chi_n}}\right)^{1/2} \tag{7}$$

$$\chi_n = 4n\left|\frac{g_k}{\Delta}\right|^2, \quad \lambda_{1n} = \frac{\Delta}{2}(1-\sqrt{1+\chi_n}), \quad \lambda_{2n}=\Delta-\lambda_{1n}$$

Здесь $\Delta=\omega_{21}-\omega$ - расстройка резонанса. При написании этих выражений мы пренебрегли несущественной фазой матричного элемента g_k.

Состояние связанной системы "атом+поле" в общем случае описывается суперпозицией волновых функций $\Psi_{1,2}$, статвеса которых определяются характером включения взаимодействия в каждом конкретном случае. Однако в наиболее прозрачном и интересном с физической точки зрения случае адиабатически медленного включения взаимодействия можно однозначно установить связь между состояниями системы до и после включения взаимодействя. Для этого следует заметить, что при адиабатическом выключении взаимодействия атома с полем ($g_k\to 0$) состояние Ψ_1 переходит в состояние $\Psi_{10}=\psi_1\Psi_F$, а состояние Ψ_2 - в состояние $\Psi_{20}=\psi_2\Psi_F$. Таким образом, волновая функция Ψ_1 описывает состояние связанной системы "атом+поле", которое образовалось при адиабатически медленном включении взаимодействия в случае, когда атом изначально находился в основном состоянии ψ_1 Аналогично, если атом до включения взаимодействия находился в возбужденном состоянии ψ_2, то состояние системы после включения взаимодействия будет описываться волновой функцией Ψ_2. Такая однозначная привязка квазиэнергетических состояний $\Psi_{1,2}$ к начальным условиям справедлива в пределе адиабатически медленного включения взаимодействия $\tau|\Delta|>>1$, когда длительность τ импульса света столь велика, что спектр возбуждающего поля не перекрывает резонансную линию [9,10].

В настоящей работе нас интересует проявление квантовой статистики в квазиклассическом пределе интенсивных полей $n_m\to\infty$, где n_m- среднее число фотонов в когерентном состоянии $|\alpha_m\rangle$. В этом пределе пуассоновское распределение (2) имеет чрезвычайно острый максимум вблизи $n=n_m$, что позволяет заменить во всех выражениях (7) текущее значение числа фотонов n его средним значением n_m. Такой предельный переход $n_m\to\infty$ вполне оправдан, поскольку в конечных выражениях мы будем устремлять к бесконечности объём квантования. При этом величина параметра взаимодействия $g_k\sqrt{n_m}$ останется конечной и сохранит физический смысл, выражаемый соотношением $g_k\sqrt{n_m}=E_m d_{12}/\hbar$, где d_{12} - дипольный матричный элемент атомного перехода $\psi_1\to\psi_2$. После выполнения соответствующих преобразований волновые функции (6) принимают весьма простой и удобный для вычислений вид:

$$\Psi_i=\sum_m A_m \Phi_{im} \qquad (i=1,\,2) \tag{8}$$

где Φ_{im} - квазиэнергетическая волновая функция [9,10] связанной системы "атом в поле волны E_m":

$$\Phi_{1m} = \left(a_m \psi_1 + b_m \psi_2 e^{-i\Delta t}\right)\left|\alpha_m\right\rangle \exp\left(-i\Omega_m t\right) \tag{9}$$

$$\Phi_{2m} = \left(-b_m^* \psi_1 + a_m^* \psi_2 e^{-i\Delta t}\right)\left|\alpha_m\right\rangle \exp\left[-i\left(\Delta - \Omega_m\right)t\right]$$

Здесь амплитуды a_m, b_m и квазиэнергия Ω_m являются функциями напряжённости соответствующего поля E_m:

$$a_m = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{1+\xi_m}}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad b_m = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\xi_m}}\right)^{\frac{1}{2}} \exp(i\varphi_m) \tag{10}$$

$$\Omega_m = \frac{\Delta}{2}(1 - \sqrt{1+\xi_m}) \ , \qquad \xi_m = 4\left|\frac{E_m d_{12}}{\hbar\Delta}\right|^2$$

где φ_m - фаза матричного элемента взаимодействия $E_m d_{12}/\hbar$, с точностью до постоянной совпадающая с фазой амплитуды α_m.

Вид функций (8) говорит о том, что задача о поведении атома в поле, состояние которого есть суперпозиция когерентных состояний, сводится к задаче о взаимодействии разных атомов с разными когерентными состояниями. Иными словами, замкнутая система "атом в суперпозиционном поле" разбивается на подсистемы, переходы между которыми, как будет видно далее, имеют исчезающе малую вероятность.

3. РАССЕЯНИЕ КОРОТКИХ АДИАБАТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

Рассмотрим флуоресценцию атома в поле сверхкороткого импульса света, длительность которого значительно меньше времени спонтанной релаксации ($\tau << \gamma^{-1}$), полагая, что включение взаимодействия происходит адиабатическим образом ($\tau|\Delta|>>1$). В этом случае состояние системы будет описываться волновой функцией Ψ_1 или Ψ_2 в зависимости от начального состояния атома до включения взаимодействия. Взаимодействие с квантованным полем вакуума приводит к спонтанным переходам $\Psi_1 \rightarrow \Psi_2$ и $\Psi_2 \rightarrow \Psi_1$. Этим переходам в системе соответствуют спонтанные переходы подсистемы $\Phi_{1m} \rightarrow \Phi_{2m}$ и $\Phi_{2m} \rightarrow \Phi_{1m}$, проходящие с излучением спонтанных квантов на трёхфотонных ω_{3m} и резонансных ω_{Rm} частотах соответственно:

$$\omega_{3m} = 2\omega - \omega_{21} + 2\Omega_m \ , \quad \omega_{Rm} = \omega_{21} - 2\Omega_m \tag{11}$$

Вероятности таких спонтанных переходов можно вычислить на основании принципа соответствия [11,12], аналогично тому, как это делалось в случае когерентного состояния поля накачки [13]. Например, дипольный матричный элемент перехода $\Phi_{1m}\to\Phi_{2m}$ имеет вид:

$$\mathrm{D}_{12,m}=\int\Phi^{+}_{1m}\mathrm{er}\Phi_{2m}dr=D^{(-)}_{12,m}\exp(-i\omega_{3m}t)+D^{(+)}_{12,m}\exp(i\omega_{\mathrm{R}m}t) \tag{12}$$

$$D^{(-)}_{12,m}=d_{12}b^{2}_{m}\ ,\quad D^{(+)}_{12,m}=d_{21}a^{2}_{m}$$

где отрицательночастотная $D^{(-)}_{12,m}$ и положительночастотная $D^{(+)}_{12,m}$ компоненты дипольного момента ответственны за испускание и поглощение фотонов соответственно. Вероятность спонтанного перехода $\Phi_{1m}\to\Phi_{2m}$ с испусканием трёхфотонного кванта ω_{3m} определяется выражением [11,12]:

$$\mathrm{w}_{1m\to 2m}=\frac{4\pi\omega^{3}_{3m}\,|\mathrm{D}^{(-)}_{12,m}|^{2}}{3\hbar c^{3}}=\gamma\,|\,\mathrm{b}_{m}\,|^{4} \tag{13}$$

Аналогично, для вероятности спонтанного перехода $\Phi_{2m}\to\Phi_{1m}$ с испусканием резонансного кванта $\omega_{\mathrm{R}m}$ получим:

$$\mathrm{w}_{2m\to 1m}=\frac{4\pi\omega^{3}_{\mathrm{R}m}\,|\mathrm{D}^{(-)}_{21,m}|^{2}}{3\hbar c^{3}}=\gamma\,|\,\mathrm{a}_{m}\,|^{4} \tag{14}$$

Спонтанные переходы $\Phi_{1m}\to\Phi_{1m}$ и $\Phi_{2m}\to\Phi_{2m}$ происходят с излучением на частоте возбуждающего поля ω с равными вероятностями:

$$w_{1m\to 1m}=w_{2m\to 2m}=\gamma\,\left|\,a_{m}b_{m}\,\right|^{2} \tag{15}$$

Отметим, что в резонаторе, размеры которого сравнимы с длиной волны, допустимы также спонтанные переходы типа $\Phi_{1m}\to\Phi_{2n}$ и $\Phi_{2m}\to\Phi_{1n}$ ($m\neq n$), протекающие с испусканием квантов частот $\omega_{mn}=\omega+\Omega_{m}+\Omega_{n}-\Delta$ и $\varpi_{mn}=\omega-\Omega_{m}-\Omega_{n}+\Delta$ соответственно. Однако здесь мы такого рода переходы рассматривать не будем, поскольку вероятность таких процессов содержит множитель $\langle\alpha_{m}|\alpha_{n}\rangle$, экспоненциально затухающий при устремлении объёма квантования к бесконечности.

Кроме того, при наличии слабого поля сплошного спектра помимо рассмотренных выше спонтанных переходов возможны также и вынужденные переходы с поглощением квантов пробного поля. В частности, вынужденный переход $\Phi_{1m}\to\Phi_{2m}$ происходит с поглощением кванта ω_{Rm} с вероятностью $\gamma|a_m|^4$, а вынужденный переход $\Phi_{2m}\rightarrow\Phi_{1m}$ происходит с поглощением кванта ω_{3m} с вероятностью $\gamma|a_m|^4$.

4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЫ КАК НОСИТЕЛИ ИНФОРМАЦИИ.

Обратимся теперь к вопросу о корреляции между модовым составом квантовой статистики возбуждающего поля и модами спектра рассеяния. Пусть суперпозиционное состояние (1) состоит из N когерентных состояний $|\alpha_m\rangle$ (m=0,...,N-1), т.е. квантово-статистическое распределение возбуждающего поля имеет N пиков (статистических мод). Расмотрим сначала ситуацию, когда атом до включения взаимодействия находился в основном состоянии. В этом случае состояние системы "атом в поле" после включения взаимодейстия будет описываться квазиэнергетической волновой функцией Ψ_1, а спектр рассеяния будет формироваться спонтанными переходами $\Psi_1\rightarrow\Psi_{1,2}$. Как следует из (13)-(15), спектр флуоресценции в этом случае помимо релеевского рассеяния на частоте возбуждающего поля будет содержать N трёхфотонных линий ω_{3m}, интенсивность которых определяется выражением (13). В то же время спектр поглощения будет состоять из N резонансных линий ω_{Rm}. Аналогично, если атом до включения взаимодействия находился в возбуждённом состоянии, то после включения взаимодействия организуется связанное состояние "атом в поле" Ψ_2 и спектр флуоресценции атома будет состоять из линии несмещённого рассеяния ω и N резонансных линий ω_{Rm}, интенсивность которых определяется выражениями (14), а поглощение будет иметь место на N частотах ω_{3m}. И в том, и в другом случаях числу квантово-статистических мод N соответствует такое же число N спектральных мод в рассеянии и поглощении.

Таким образом по числу линий в спектре рассеяния можно определять число пиков N квантово-статистического распределения возбуждающего импульса. Если предположить, что мы умеем генерировать импульсы с заданным числом N квантово-статистических мод, то величину N можно рассматривать как число бит переносимой импульсом информации, а анализ спектра рассеяния, позволяющий по количеству линий определять это число N, рассматривать как процесс считывания информации. С этой точки зрения рассмотрим вопрос регистрации квантово-статистических мод светового импульса. Как и в предыдущем параграфе полагаем возбуждение адиабатически быстрым ($\gamma<<\tau^{-1}<<|\Delta|$) и считаем, что до включения взаимодействия атом находился в основном состоянии. Для простоты рассуждений будем полагать, что мы имеем дело со спектрально ограниченным импульсом, ширина спектра которого определяется величиной τ^{-1}. В этом случае ширина каждой из линий ω_{3m} будет также равна τ^{-1}.

Для регистрации необходимо, чтобы соседние линии спектра рассеяния не перекрывались. Кроме того удобно, чтобы все линии были компактно расположены и имели одинаковую скважность на шкале частот. Для этого зададим I_m для каждой квантово-статистической моды так, чтобы соседние линии соприкасались, но ещё не перекрывались, т.е.

$$\omega_{3,m+1}-\omega_{3m}=\tau^{-1} \tag{16}$$

Как следует из (10)-(11), это соотношение выполняется в случае:

$$\sqrt{1+\xi_m}=\sqrt{1+\xi_0}+\frac{m}{|\Delta|\tau} \tag{17}$$

Мы пронумеровали квантово-статистические моды по возрастанию интенсивности. Таким образом каждая из N мод имеет свой фиксированный индекс m, фиксированную интенсивность I_m и, соответственно, фиксированную частоту рассеянной линии ω_{3m}. Единственной неопределённой характеристикой светового импульса остаются пока статвеса $|A_m|^2$, которые можно варьировать согласно каким-либо дополнительным условиям.

Вероятность испускания отдельным атомом кванта ω_{3m} равна произведению вероятности перехода $\Phi_{1m}\rightarrow\Phi_{2m}$ на статвес Φ_{1m} в состоянии Ψ_1, что согласно (13) даёт:

$$W_m=\gamma\,|b_m|^4\,|A_m|^2 \tag{18}$$

Для регистрации линий ω_{3m} удобно, чтобы все они имели одинаковую интенсивность, т.е. W_m=const. Это условие можно выполнить задавая статвеса $|A_m|^2$ в виде:

$$|A_m|^2=C\,|b_m|^{-4} \tag{19}$$

где C – константа, определяемая из условия нормировки волновой функции Ψ_F:

$$C^{-1}=\sum_{m=0}^{N-1}|b_m|^{-4} \tag{20}$$

Особый интерес представляет соотношение между интенсивностью возбуждающего поля I и числом квантово-статистических мод N

$$I = \sum_{m=0}^{N-1} I_m \,|\, A_m \,|^2 = \frac{c\hbar^2 \sum_{m=0}^{N-1} \left(m + N_0 + |\varDelta|\tau\right)^2 \left(m + N_0 + 2|\varDelta|\tau\right)\left(m + N_0\right)^{-1}}{16\pi d_{21}^2 \tau^2 \sum_{m=0}^{N-1} \left(m + N_0 + |\varDelta|\tau\right)^2 \left(m + N_0\right)^{-2}} \tag{21}$$

позволяющее судить об энергии, приходящейся на один бит информации, записанный импульсе в виде квантово-статистической моды, где $N_0 = 2|\Omega_0|\tau$ - число осцилляций Раби (10) за все время взаимодействия, в силу поставленных нами условий удовлетворяющее соотношению N_0 »1. Выражение (21) получено следующим образом: в левой его части величины $|A_m|^2$ подставляются в виде (19), а затем величины I_m и $|b_m|^4$, зависящие от параметра интенсивности ξ_m , с помощью соотношения (17) выражаются через номер моды m и параметр ξ_0 (т.е. N_0).

В пределе слабого взаимодействия ξ_m<<1, когда можно положить $|b_m|^4 = \xi_m^2 / 4$, $|A_m|^2 = 4C / \xi_m^2$ и $\xi_m = \xi_m + 2m / |\Delta|\tau$, выражение (21) преобразуется к виду:

$$I = I_0 \left(1 + \frac{N_0}{N}\right) \ln\left(1 + \frac{N}{N_0}\right) \tag{22}$$

Как видим, при малом числе квантово-статистических мод, когда N«N_0, зависимостью I от N можно пренебречь; слабая логарифмическая зависимость от N появляется только при достаточно большом числе статистических мод, когда N становится порядка или больше величины N_0. Такой закон изменения интенсивности выполняется при не слишком больших $N<\tau\,|\,\Delta\,|$, т.е. пока остаётся справедливым приближение слабого взаимодействия. Рассматриваемый предел слабого взаимодействия характеризуется зависимостью статвеса квантовой моды от ее номера m:

$$|A_m|^2 = \frac{N_0 (N_0 + N)}{N (N_0 + \mathrm{m})^2} \tag{23}$$

исчезающей только при малом числе мод ($N<<N_0$).

В пределе сильного взаимодействия светового импульса с атомом (ξ_0>>1) из (21) с учетом (17)-(20) получаем:

$$|A_m|^2 = \frac{1}{N} \tag{24}$$

$$I = I_0\left(1+\frac{N}{N_0}+\frac{N^2}{3N_0^2}\right) \qquad (25)$$

Здесь, как и в случае слабого взаимодействия, при малом числе квантово-статистических мод ($N<<N_0$) зависимостью I от N можно пренебречь.

Допустим, мы имеем возможность произвольным образом изменять модовый состав квантовой статистики импульса, т.е. включать и исключать квантовые моды из импульса независимо друг от друга. В этом случае статистически многомодовый импульс можно рассматривать как носитель информации, представленной в виде двоичного N-разрядного числа. Каждому разряду двоичного числа соответствует квантовая мода с определённым значением интенсивности I_m. Наличию моды в импульсе соответствует 1, её отсутствию – 0. Следовательно, число мод M в импульсе меняется от 1 до N в зависимости от двоичного числа, переносимого импульсом. Это лишь один из множества возможных способов кодирования информации в статистически многомодовом импульсе.

Используя формулу (21), мы определяли интенсивность импульса, состоящего из N квантовых мод, что аналогично импульсу, переносящему двоичное число с единицами во всех N разрядах. Таким образом формулы (22) и (25) можно трактовать как зависимость интенсивности импульса от числа двоичных разрядов при заполнении всех разрядов единицами. Если мы хотим определить интенсивность импульса, передающего произвольное двоичное число, то в выражении (21) суммирование необходимо проводить только по тем квантово-статистическим модам, которые передают единицы в своих разрядах, поскольку для остальных мод статвес $|A_m|^2 \equiv 0$. Соответственно, при вычислении нормировочной константы C в (20) суммирование также проводится только по тем модам, которые соответствуют единицам двоичного числа.

В (19) мы определили статвеса $|A_m|^2$ так, чтобы все линии рассеяния ω_{3m} имели одинаковую интенсивность. Там речь шла об импульсе из N квантово-статистических мод или, что то же самое, о случае, когда во всех разрядах двоичного числа записаны единицы. Однако каждому передаваемому двоичному числу соответствует, вообще говоря, своя интенсивность линий ω_{3m}. Это видно из того, что статвеса $|A_m|^2$ зависят от записанного двоичного числа, т.е от того, по каким модам проводится суммирование в (20); в свою очередь статвесом определяется интенсивность линии ω_{3m}. Согласно (18)-(20) интенсивность любой из линий ω_{3m} тем больше, чем меньше статистических мод есть в импульсе, т.е. чем больше нулей в остальных разрядах двоичного числа. Таким образом, если определить статвеса мод согласно (19), то для каждого двоичного числа, записанного в импульс, интенсивности всех рассеянных линий ω_{3m} будут одинаковы, но будут определяться этим числом.

Выясним, насколько отличаются максимальная и минимальная интенсивности рассеянной линии. Согласно (18) отношение максимальной и минимальной интенсивности рассеянной линии равно отношению максимального и минимального статвесов соответствующей моды. Максимальный статвес равен 1, что соответствует нулям в остальных разрядах. Статвес минимален, когда суммирование в (20) проводится по всем N модам, т.е. все разряды заполнены единицами. Минимальный статвес для случая слабого взаимодействия (ξ_m<<1) нами уже фактически найден, т.к. (23) соответствует импульсу, в котором есть все N мод. Следовательно отношение максимальной и минимальной интенсивности линии ω_{3m} в этом пределе имеет вид:

$$\frac{W_{\mathrm{m,max}}}{W_{\mathrm{m,min}}} = \frac{|A_{\mathrm{m,max}}|^2}{|A_{\mathrm{m,min}}|^2} = \frac{N(N_0+m)^2}{N_0(N_0+N)} \tag{26}$$

Как видим, диапазон изменения интенсивности линии рассеяния растёт с номером разряда m. Правда, при $N << N_0$ зависимостью от m можно пренебречь.

В пределе сильного взаимодействия (ξ_0 >>1) минимальный статвес определяется согласно (24), что приводит к соотношению:

$$\frac{W_{\mathrm{m,max}}}{W_{\mathrm{m,min}}} = \frac{|A_{\mathrm{m,max}}|^2}{|A_{\mathrm{m,min}}|^2} = N \tag{27}$$

Как видим, в случае сильного взаимодействия диапазон изменения интенсивности линии рассеяния не зависит от номера разряда.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как показало проведенное выше рассмотрение, систему "атом в суперпозиционном поле" можно рассматривать как набор независимых подсистем, переходы между которыми имеют исчезающе малую вероятность. Каждая из подсистем представляет собой атом, взаимодействующий с полем, находящемся в одном из когерентных состояний $|\alpha_m\rangle$, образующих суперпозиционное состояние (1). Соответственно, квантово-механическое среднее какой-либо физической величины по всей системе представимо в виде суммы средних по подсистемам с соответствующими статвесами $|A_m|^2$. Поэтому и спектр флуоресценции представляет собой как бы наложение наложение спектров флуоресценции различных атомов, находящихся в различных полях $|\alpha_m\rangle$. В частности, одиночная трехфотонная линия спектра флуоресценции, наблюдаемая при возбуждении атома полем в когерентном состоянии, в случае возбуждения суперпозиционным полем (с N пиками в статистическом распределении) разбивается на N линий, расстояние между которыми, как это видно из (11), определяется разницей в штарковских сдвигах. Очевидно, что вырождение по абсолютному значению амплитуд $|\alpha_m|$ в когерентных состояниях суперпозиции (1) влечет за собой уменьшение числа флуоресцентных линий. Так, например, если возбуждающее поле описывается так называемым суперпозиционным состоянием Юрке-Столлера [14], в котором когерентные состояния отличаются друг от друга только фазой, то спектр флуоресценции ничем не будет отличаться от спектра, который бы возник при возбуждении любым из когерентных состояний, входящих в эту суперпозицию.

Мы показали принципиальную возможность использования статистически многомодовых световых импульсов для передачи информации. Подчеркнем, что амплитудно-частотная свойства импульса и его квантовая статистика - это, вообще говоря, независимые характеристики. Например, суперпозиция (1) из когерентных состояний, описывающих импульсы с одинаковой формой и одинаковым спектром, описывает импульс с той же формой огибающей и тем же спектром, но, в то же время, возбуждает совершенно другой спектр флуоресценции. Используя это обстоятельство можно увеличить пропускную способность каналов передачи информации, накладывая на информацию, записанную в световом импульсе в виде его амплитудно-частотной модуляции, еще и информацию, записанную в виде модуляции его квантовой статистики. Однако, проведённые выше оценки имели цель выяснить лишь самые общие особенности регистрации статистически многомодовых импульсов. Требуется дальнейшее изучение данного вопроса, равно как и поиск способов модуляции статистического состава светового импульса.

Авторы выражают благодарность А.Л. Микаэляну за плодотворные дискуссии и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Buzek V. and Knight P.L. In: *Progress in optics*, Amsterdam (1995), Vol.XXXIV.

[2] Mollow B.R. In: *Progress in optics*, ed by Wolf E., Amsterdam (1981), Vol.XIX.

[3] Smart S., Swain S. *Phys.Rev.A.*, 48, R50 (1993).

[4] Swain S. *Phys.Rev.Lett*., 73, 1493 (1994).

[5] Gardiner C.W. *Phys.Rev.Lett*., 56, 1917 (1986).

[6] Carmichael H.J., Lane A.S., Walls D.F. *J.Mod.Opt*., 34, 2539 (1987).

[7] Glauber R.J. *Phys.Rev*., 130, N6, 2529 (1966).

[8] T.von Forster. *Am.J.Phys*., 40, N6, 854 (1972).

[9] Ter-Mikaelian M.L., Melikyan A.O., *Sov.Phyz.JETP*, 58, N1, 281 (1970).

[10] Krainov V.P., Yakovlev V.P. *Sov.Phyz.JETP*, 78, N6, 2204 (1980).

[11] Klein O. *Zs.F.Phys*., 41 , 407 (1927).

[12] Паули В. *Общие принципы волновой механики*. (М.Гостехиздат, 1947).

[13] Kryzhanovsky B.V., Melikyan A.O. *Opt.Communs*., 29 , 164 (1979).

[14] Yurke B. and Stoller D. Phys.Rev.Lett. 57, 13 (1986).